ICOT Technical Report: TR-0872

TR-0872

信念様相論理に対する様相節変換型 証明器の実現

赤埴　淳一（NTT）、
井上　克巳（豊橋技術科学大学）、
長谷川　隆三

April, 1994

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03)3456-3191～5

Institute for New Generation Computer Technology

信念様相論理に対する様相節変換型証明器の実現

赤埴 淳一 [*1]　井上 克巳 [*2]　長谷川 隆三 [*3]

*1　NTT コミュニケーション科学研究所

*2　豊橋技術科学大学 情報工学系

*3　新世代コンピュータ技術開発機構

信念様相論理 (KD45 多重様相論理) の証明法として, 論理式を一階述語論理式に変換し, 可能世界間の到達可能関係を単一化によって計算する関数模擬 (Functional Simulation) 法が提案されている. しかし, この方法には, 証明に直接寄与しない探索を行うという問題点があった. 一方, 様相体系 K の論理式を, 証明に直接寄与しない不要な探索を抑制するように, 領域限定された節集合に変換し, モデル生成型定理証明器 MGTP を用いて証明する様相節変換法が提案されている. そこで本稿では, 関数模擬法に基づいて可能世界間の到達可能関係を照合によって計算し, 様相節変換法を KD45 多重様相論理に拡張することを提案する.

A Modal Clause Transformation Method for Modal Logics of Belief

Jun-ichi Akahani[*1]　Katsumi Inoue[*2]　Ryuzo Hasegawa[*3]

*1　NTT Communication Science Labs.

*2　Dept. of Information and Computer Sciences, Toyohashi University of Technology

*3　Institute for New Generation Computer Technology

The functional simulation method which calculates accessibility relations using unification has been proposed as a proof method for modal logics of belief (i.e., KD45 multimodal logics). The method, however, may expand branches irrelevant to the proof. On the other hand, the modal clause transformation method, which can suppress the expansion of branches irrelevant to the proof, has been proposed. The method transforms modal formulae into input clauses of the model generation theorem prover MGTP. In this paper, we extend the modal clause transformation method for modal logics of belief by calculating accessibility relations using matching.

1 はじめに

様相論理は時間や状況を表現・推論可能な論理であり, プログラムの検証・合成 [5] やマルチエージェント環境における知識表現 [3, 9] など計算機科学や人工知能において様々な応用が提案されている. 様相論理は可能世界で意味論が定義され, 可能世界間の到達可能関係の性質によって, 様々な様相体系が定義される. 人工知能においては, マルチエージェント環境におかれたエージェントの信念を表現・推論するために, 信念様相論理（あるいは, KD45 多重様相論理）とよばれる様相論理の体系が用いられ, KD45 多重様相論理の高速な定理証明器の実現が重要な研究課題である. そこで本稿では, KD45 多重様相論理に対する効率的な証明法を提案する.

KD45 多重様相論理の証明法として, 論理式を一階述語論理式に変換し, 可能世界間の到達可能関係を単一化によって計算する関数模擬 (Functional Simulation) 法 [7] が提案されている. 本方法は, 様相論理式を, 可能世界を引数に加えた一階述語論理式に変換する翻訳 (Translation) 法 [8] の一種である. 翻訳法では, 可能世界間の到達可能関係の計算方法が研究課題であり, 従来提案されていた関数翻訳法 [8] では, 可能世界の同一性を調べるため等式処理が必要であった. 関数模擬法は, 可能世界間の到達可能関係の計算に単一化を用いることにより, この問題を克服したものである. しかし, この方法は, 推論制御を考慮していないため, 証明に直接寄与しない探索を行うという問題点がある.

一方, 様相体系 K の論理式を, 領域限定 (range-restricted)[6] された節集合に変換し, モデル生成型定理証明器 MGTP[2] を用いて証明する様相節変換法 [10] が提案されている. 本方法も翻訳法の一種であり, 次の二点の特長をもつ.

1. 変換された節が領域限定である, すなわち節に現れる変数は全て前件部に現れるので, ボトムアップにモデルを生成する際に, 完全な単一化は必要なく, 照合処理だけで済む.
2. Non-Horn Magic Set (NHM)[4] に基づいて, 各節の後件部のアトムが全て必要になったときに, その節を適用してモデルを拡張するように変換し, 証明に直接寄与しない不要な探索を抑制できる.

様相体系 K 以外の体系に拡張するためには, 可能世界間の到達可能関係の計算が必要になる. しかし, ボトムアップに到達可能関係を計算すると無限ループに陥る場合があることが知られている [1].

そこで本稿では, 関数模擬法に基づいて可能世界間の到達可能関係を照合によって計算し, 様相節変換法を KD45 多重様相論理に拡張することを提案する. 本方式の特徴は, 到達可能関係を陽に計算せず, 二つの可能世界間の到達可能性の検査が必要になったときに, 到達可能関係を計算する点にある. 様相体系 K に対する様相節変換法では, 到達可能関係を最初に調べることで, 節に現れる全変数が束縛できるため, 単純な幅優先 NHM 方式を導入可能であった [10]. しかし, KD45 多重様相論理に対しては, 到達可能関係を陽に計算しないため, 節に現れる全変数を束縛できない場合もある. したがって, 深さ優先 NHM 方式 [4] を導入し, 変換された節の領域限定性を保証する.

本方式では, 様相論理式が領域限定された節集合に変換され, また到達可能関係が単一化ではなく照合によって計算されるので, 関数模擬法の効率的な実現方法とみることができる. しかし, それだけではなく, NHM の導入により証明に直接寄与しない不要な探索を抑制でき, 推論制御を取り入れた関数模擬法の効率的な実現方法を与えるものである.

本稿の構成は以下の通りである. まず 2 章で命題様相論理と関数模擬法を概説し, 3 章でモデル生成型定理証明器 MGTP の概要と様相体系 K に対する様相節変換法の概略を述べる. 次に, 4 章で KD45 多重様相論理に対する様相節変換の拡張法について述べ, 5 章で例を用いて本方式の有用性を示す. 最後に 6 章でまとめを行う.

2 様相論理と関数模擬法

本章では, 命題様相論理の統語論と意味論について概説し, 関数模擬法の概要を述べる.

2.1 命題様相論理

命題様相論理の統語論を次のように定義する．命題記号の集合 Φ, 論理結合子 $\neg$ と $\vee$, および有限個の様相演算子 $\Box_a$, $\Box_b$, $\Box_c$, $\cdots$ が与えられているとする．

1. $p \in \Phi$ が命題記号のとき, p は論理式である．
2. φ と ψ が論理式のとき, $\neg\varphi$ および $\varphi \vee \psi$ は論理式である．
3. φ が論理式, $\Box_i$ が様相演算子のとき, $\Box_i\varphi$ は論理式である．

論理結合子 $\wedge$ と $\supset$, および様相演算子 $\Diamond_a$, $\Diamond_b$, $\Diamond_c$, $\cdots$ を通常のように導入する．例えば, $\Diamond_a\varphi$ は $\neg\Box_a\neg\varphi$ を表す．

命題様相論理の意味論は通常の可能世界意味論で与えられる．すなわち, モデル M は, 可能世界の集合 W, 可能世界間の到達可能関係のリスト $R = < R_a, R_b, R_c, \cdots >$, 付値関数 V の3つ組 $< W, R, V >$ で表される．ここで, R_i は様相演算子 $\Box_i$ に対応する到達可能関係であり, 付値関数 V は命題記号 $p \in \Phi$ に対し, W の部分集合 $V(p)$ を割り当てるものとする（直観的には, p が真となる世界の集合である）．

1. $p \in \Phi$ のとき, $M, w \models p$ iff $w \in V(p)$.
2. $M, w \models \neg\varphi$ iff $M, w \not\models \varphi$.
3. $M, w \models \varphi \vee \psi$ iff $M, w \models \varphi$ または $M, w \models \psi$.
4. $M, w \models \Box_i\varphi$ iff すべての wR_iw' なる w' に対し, $M, w' \models \varphi$.

すべての世界 $w \in W$, すべてのモデル M に対し, $M, w \models \varphi$ なるとき φ は恒真であるといい, $M, w \not\models \varphi$ なるとき φ は充足不能であるという．

世界間の到達可能関係に性質を定義することにより, 様々な様相体系が定義できる．まず, 様相演算子が $\Box_a$ だけの場合を考える．到達可能関係 R_a が特に性質をもたない体系を K とよぶ．R_a が継続律 $(\forall w \exists v.wR_av)$ を満たす体系を KD, 推移律 $(\forall w, v, u.wR_av \wedge vR_au \supset wR_au)$ を満たす体系を K4, ユークリッド律 $(\forall w, v, u.wR_av \wedge wR_au \supset vR_au)$ を満たす体系を K5 とよぶ．上記全てを満たす体系を KD45 とよぶ．本稿では, 複数の様相演算子をもち, 各様相演算子が KD45 体系である KD45 多重様相論理を対象とする．

2.2 関数模擬法

関数模擬法 [7] は, 様相論理式を, 可能世界を引数に加えた一階述語論理式に変換する翻訳法 [8] の一種である．翻訳法では可能世界間の到達可能関係の計算方法が問題となるが, 関数模擬法は可能世界間の到達可能関係を単一化によって計算し効率化を図っている．

世界 w における様相論理式 φ を一階述語論理式に変換する関数 $\mathcal{F}(\varphi, w)$ は, 以下で定義される．

- $p \in \Phi$ に対し $\mathcal{F}(p, w) = p(w)$.
- $\mathcal{F}(\neg\varphi, w) = \neg\mathcal{F}(\varphi, w)$, ただし $\varphi \neq \Box_i\psi$.
- $\mathcal{F}(\varphi \vee \psi, w) = \mathcal{F}(\varphi, w) \vee \mathcal{F}(\psi, w)$.
- $\mathcal{F}(\Box_i\varphi, w) = \forall v.R_i(w, v) \supset \mathcal{F}(\varphi, v)$.
- $\mathcal{F}(\neg\Box_i\varphi, w) = \exists f_i.\mathcal{F}(\neg\varphi, w{:}\, f_i)$.

ここで, $w{:}\, f$ は $f(w)$ の略記であり, 世界 w から到達可能な世界を表す．

関数模擬法は反駁法に基づいており, 証明すべき論理式として φ が与えられたとき, $\mathcal{F}(\neg\varphi, w_0)$ によって一階述語論理式に変換される．例えば, 論理式 $\Box_a p \supset \Box_a\Box_a p$ は以下のように変換される．

$$\begin{aligned}
&\mathcal{F}(\neg(\Box_a p \supset \Box_a\Box_a p), w_0) = \\
&\quad (\forall v.R_a(w_0, v) \supset p(v)) \wedge \\
&\quad (\exists f_{a1}, f_{a2}.\neg p(w_0{:}\, f_{a1}{:}\, f_{a2}))
\end{aligned}$$

様相体系に応じて, 到達可能関係 $R(w, v)$ が定義される．KD45 多重様相論理に対しては, 以下の通りである．

$$\forall w, x_i.W_i(w_0) \wedge (W_i(w) \supset W_i(w{:}\, x_i)) \qquad (1)$$

$$\forall w, x_i.W_i(v) \supset R_i(w, v{:}\, x_i) \qquad (2)$$

ここで, $W_i(w)$ は, w が R_i に関する可能世界であることを表す．

変換された一階述語論理式が充足不能のとき, 様相論理式が定理であることが示される．上の例では, $R(w_0, w_0{:}\, f_{a1}{:}\, f_{a2})$ が単一化可能なので, 様相論理式 $\Box_a p \supset \Box_a\Box_a p$ は KD45 多重様相論理の定理であることが示される．

3 様相節変換法

本章では, まず様相節を定義し, モデル生成型定理証明器 MGTP の概要を述べ, 様相体系 K に対する様相節変換法の概略を述べる.

3.1 様相節

様相節変換法では, 様相命題論理式を様相節集合として表現する. 様相節の統語論は以下の通りである.

1. $p \in \Phi$ が命題記号のとき, p は様相アトム (特に, 命題アトムとよぶ) である.
2. $\varphi_1, \cdots, \varphi_n$, $\psi_1, \cdots, \psi_m$ が様相アトムのとき, $\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n \vee \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ は様相節である. ただし, $n, m \geq 0$.
3. φ が様相節のとき, $\Box_i\varphi$ は様相アトムである.

2において $n = 0, m = 1$ の場合からわかるように, 様相アトムは様相節となる. 2の様相節を $\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ のように表記する. このとき, $\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n$ を前提部, $\psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ を結論部と呼ぶ. 例えば, $p, q, r \in \Phi$ を命題記号とすると, $\Box_a p \wedge \Box_b(p \supset q) \supset \Box_a q \vee \Box_b \Box_a r$ は様相節となる.

様相節集合は, 様相節の連言を集合として表現したものである. すなわち, 様相節集合は命題論理の連言標準形 (節集合) を様相命題論理に拡張したものであり, その表現能力は前章で述べた様相命題論理と同等である.

3.2 MGTP

MGTP[2] はボトムアップにモデルを生成する定理証明器である. MGTP の入力節は次の含意形式で与えられる.

$$A_1, \cdots, A_n \rightarrow C_{1,1}, \cdots, C_{1,l_1} | \cdots | C_{m,1}, \cdots, C_{m,l_m}.$$

ここで, $n, m \geq 0, l_j \geq 1 (j = 1, \cdots, m)$ であり, $A_i (i = 1, \cdots, n)$ および $C_{j,k} (j = 1, \cdots, m; k = 1, \cdots, l_j)$ はアトムである. 変数は節の前で全称束縛されているものとする. A_1, A_2 は連言を表し, $C_1 \mid C_2$ は選言を表す. $\rightarrow$ は含意であり, $\rightarrow$ の左辺を前件, 右辺を後件と呼ぶ. $n = 0$ の節を正節と呼び, $true \rightarrow C_{1,1}, \cdots, C_{1,l_1} \mid \cdots \mid C_{m,1}, \cdots, C_{m,l_m}$ と表記する. 同様に, $m = 0$ の節を負節と呼び, $A_1, \cdots, A_n \rightarrow false$ と表記する. それ以外の節を混合節と呼ぶ.

MGTP は, 与えられた節集合を充足するアトムの集合 (モデル) を求めるために, 以下の2つの規則をモデル候補に繰り返して適用する. モデル候補の初期値は空集合である.

- モデル拡張規則: 混合節あるいは正節の前件が置換 σ によってモデル候補 M で充足されるとき, 後件の全ての連言 $(j = 1, \cdots, m)$ に対し, 連言 $C_{j,1}\sigma, \cdots, C_{j,l_j}\sigma$ が M で充足されていないならば, 各々のアトム集合 $\{C_{j,1}\sigma, \cdots, C_{j,l_j}\sigma\}$ を M に付け加えた m 個のモデル候補を生成する.
- モデル棄却規則: 負節の前件が置換 σ によってモデル候補 M で充足されるとき, このモデル候補 M を棄却する.

上記の規則が適用できなくなった時点で, 節集合の全ての極小モデルが得られる. もし全てのモデル候補が棄却されれば, 入力節集合は充足不能であることがわかる.

節に現れる全ての変数がその前件部に現れるとき, その節は領域限定 (range-restricted)[6] されているという. 領域限定された節集合に対して, 生成されるモデル候補は変数を含まないアトムのみから構成されるので, 完全な単一化は必要なく, 照合処理だけで十分である. したがって, 領域限定された節集合に対しては, 効率的なモデル生成が可能となる.

3.3 NHM 様相節変換法

様相節変換法 [10] は, 様相体系 K の論理式を, 領域限定された節集合に変換し, MGTP を用いて証明する方式である. 本方式は, 様相タブロー法 [1] の書換え規則を, 証明すべき論理式に対して部分計算した節を生成するものである. 部分計算の際に入力論理式を解析するので, 入力論理式に応じた推論制御を導入可能であり, 証明に直接寄与しない不要な探索を抑制する Non-Horn Magic Set (NHM)[4] 方式を導入した NHM 様相節変換

1. 前提部の各様相アトム φ_i に対して, 以下の節を生成.

   $goal(\varphi_i, w_0) \rightarrow t(\varphi_i, w_0).$

   結論部の各様相アトム ψ_j に対して, 以下の 2 節を生成.

   $true \rightarrow goal(\psi_j, w_0).$

   $t(\psi_j, w_0) \rightarrow false.$

2. 後件部に $goal(\Box\varphi, X)$ あるいは $t(\Box\varphi, X)$ が現れる場合, 以下を繰り返す.

   (a) $goal(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合, 以下の $m+1$ 節を生成. ただし, $j = 1, \cdots, m$.

   $goal(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W)$
   $\rightarrow \{new\_world(V)\}, path(W, V), t(\varphi_1, V), \cdots, t(\varphi_n, V), goal(\psi_1, V), \cdots, goal(\psi_m, V).$

   $t(\psi_j, V), path(W, V) \rightarrow t(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W).$

   (b) $t(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合,

   i. $m = 0$ のとき, すなわち, $t(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), X)$ が現れる場合, 以下の 3 節を生成.

   $path(W, V) \rightarrow goal(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W).$

   $path(W, V), t(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W) \rightarrow goal(\varphi_1, V), \cdots, goal(\varphi_n, V).$

   $path(W, V), t(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W), t(\varphi_1, V), \cdots, t(\varphi_n, V) \rightarrow false.$

   ii. $m > 0$ のとき, 以下の 2 節を生成.

   $path(W, V), goal(\psi_1, V), \cdots, goal(\psi_m, V)$
   $\rightarrow goal(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W), goal(\varphi_1, V), \cdots, goal(\varphi_n, V).$

   $path(W, V), goal(\psi_1, V), \cdots, goal(\psi_m, V),$
   $t(\Box(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W), t(\varphi_1, V), \cdots, t(\varphi_n, V)$
   $\rightarrow t(\psi_1, V) \mid \cdots \mid t(\psi_m, V).$

図 1: 様相体系 K に対する NHM 様相節変換アルゴリズム

法が提案されている. 本方式は, 各節の後件部のアトムが全て必要になったときに, その節を適用してモデルを拡張するように変換することにより, 証明に直接寄与しない不要な探索を抑制するものである.

様相体系 K に対する NHM 様相節変換アルゴリズムを図 1に示す. 簡単のため, 証明すべき様相論理式として, 様相節 $\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m$ が与えられたとしている. 図で, $t(\varphi, w)$ は論理式 φ が世界 w で真であることを表し, $goal(\varphi, w)$ は φ を w において証明しなければならない (すなわち, ゴールである) ことを表す. $path(W, V)$ は世界 W から世界 V に到達可能であることを表す述語であり, $\{new\_world(V)\}$ は新たな世界 V を生成する MGTP の組込呼出述語である.

図 1で, ステップ 2-a および 2-b は, 関数模擬法の $\mathcal{F}(\neg\Box_i\varphi, w)$ と $\mathcal{F}(\Box_i\varphi, w)$ にそれぞれ対応するものである. ステップ 2-a は, 世界 W のゴールに対し, 新たに世界 V を生成し, 世界 V におけるゴールを生成することを表している. ステップ 2-b は, いわば, 関数模擬法の $\mathcal{F}(\Box_i\varphi, w)$ の適用を遅延するものである. 以下, 例を用いて説明する.

論理式 $\Box(p \supset p_1 \vee p_2 \vee p_3) \wedge \Box(p \wedge q \supset r \vee s) \wedge \Box p \wedge \Box\neg s \supset \Box(q \supset r)$ を様相節変換した例を図 2に示す. この節集合が MGTP に入力されると, まずゴール $goal(\Box(q \supset r), w_0)$ が生成される. 次に, w_0 から到達可能な世界 (例えば w_1) が生成され, 世界 w_1 におけるゴール $goal(r, w_1)$ が生成される. 一方, $path(w_0, w_1)$ から $goal(\Box\neg s, w_0)$

1. 前提部の各様相アトムに対して, 以下の節を生成.

$goal(\Box(p \supset p_1 \vee p_2 \vee p_3), w_0)$
$\rightarrow t(\Box(p \supset p_1 \vee p_2 \vee p_3), w_0).$

$goal(\Box(p \wedge q \supset r \vee s), w_0)$
$\rightarrow t(\Box(p \wedge q \supset r \vee s), w_0).$

$goal(\Box p, w_0) \rightarrow t(\Box p, w_0).$

$goal(\Box \neg s, w_0) \rightarrow t(\Box \neg s, w_0).$

結論部の様相アトムに対して, 以下の節を生成.

$true \rightarrow goal(\Box(q \supset r), w_0).$

$t(\Box(q \supset r), w_0) \rightarrow false.$

2-a. 後件部に $goal(\Box\varphi, X)$ が現れる場合, 以下の節を生成.

$goal(\Box(q \supset r), W)$
$\rightarrow \{new\_world(V)\}, path(W, V),$
$t(q, V), goal(r, V).$

$t(r, V), path(W, V) \rightarrow t(\Box(q \supset r), W).$

2-b. 後件部に $t(\Box\varphi, X)$ が現れる場合, 以下の節を生成.

$path(W, V), goal(p_1, V), goal(p_2, V), goal(p_3, V)$
$\rightarrow goal(\Box(p \supset p_1 \vee p_2 \vee p_3), W), goal(p, V).$

$path(W, V), goal(p_1, V), goal(p_2, V),$
$goal(p_3, V), t(\Box(p \supset p_1 \vee p_2 \vee p_3), W), t(p, V)$
$\rightarrow t(p_1, V) \mid t(p_2, V) \mid t(p_3, V).$

$path(W, V), goal(r, V), goal(s, V)$
$\rightarrow goal(\Box(p \wedge q \supset r \vee s), W),$
$goal(p, V), goal(q, V).$

$path(W, V), goal(r, V), goal(s, V),$
$t(\Box(p \wedge q \supset r \vee s), W), t(p, V), t(q, V)$
$\rightarrow t(r, V) \mid t(s, V).$

$path(W, V), goal(p, V) \rightarrow goal(\Box p, W).$

$path(W, V), goal(p, V), t(\Box p, W) \rightarrow t(p, V).$

$path(W, V) \rightarrow goal(\Box \neg s, W).$

$path(W, V), t(\Box \neg s, W) \rightarrow goal(s, V).$

$path(W, V), t(\Box \neg s, W), t(s, V) \rightarrow false.$

図 2: 様相体系 K に対する NHM 様相節変換の例

が生成されるが, このゴールはすぐに満足され, $t(\Box\neg s, w_0)$ を得る. さらに, このアトムから, $goal(s, w_1)$ が生成され, このゴールと $goal(r, w_1)$ から ゴール $goal(\Box(p \wedge q \supset r \vee s), w_0)$ が生成される. これから, $t(\Box(p \wedge q \supset r \vee s), w_0)$ が得られる. 同様の計算により, $t(p, w_1)$ と $t(q, w_1)$ が得られるので, $\Box(p \wedge q \supset r \vee s)$ が展開され, $t(r, w_1)$ と $t(s, w_1)$ を含む 2 つのモデル候補が生成される. 後件部のアトムが全てゴールとして要求されていて, かつ, 前件部のアトムが満たされたときに, 初めて展開されることに注意されたい. p_1 等はゴールとして現れないので, $\Box(p \supset p_1 \vee p_2 \vee p_3)$ は展開されない. したがって, 証明に直接寄与しない不要な探索を抑制可能となっている.

様相節集合 $\{\mathcal{C}_1, \cdots, \mathcal{C}_n\}$ が与えられた場合は, 各様相節 $\mathcal{C}_i$ に対応する記号 c_i を生成し, 次の節を生成する.

$true \rightarrow c_1 \mid \cdots \mid c_n$

さらに各様相節 $\mathcal{C}_i$ に対し, 図 1の 1 において各節の前件部に c_i を付加した様相節変換を適用する.

4 KD45 多重様相論理に対する様相節変換法の拡張

前章で述べた様相節変換法では, 可能世界間の到達可能関係のモデルが生成される. 例えば, 例では $path(w_0, w_1)$ が生成された. 様相体系 K 以外の体系に拡張するためには, 可能世界間の到達可能関係の計算が必要になる. しかし, ボトムアップに到達可能関係を計算すると, 推移律を含む体系 (例えばKD45) で無限ループに陥る場合がある [1].

そこで, 到達可能関係を陽に計算するのではなく, 関数模擬法と同様に単一化あるいは照合を用いて計算することを考える. 上述の通り, 様相体系 K に対する様相節変換アルゴリズム (図 1) で, ステップ 2-a は関数模擬法の $\mathcal{F}(\neg\Box_i\varphi, w)$ に対応する. ステップ 2-a では, 新たに世界 V を生成 ($\{new\_world(V)\}$) し, 世界 W と V が到達可能であることを表したアトム $path(W, V)$ を生成していた. それに対し, 関数模擬法では, $\mathcal{F}(\neg\Box_i\varphi, w)$ は $\exists f_i.\mathcal{F}(\neg\varphi, w{:}\, f_i)$ に変換される.

1. 前提部の各様相アトム φ_i に対して, 以下の2節を生成.

$goal(\varphi_i, w_0) \rightarrow t(\varphi_i, w_0).$

結論部の各様相アトム ψ_j に対して, 以下の2節を生成.

$true \rightarrow goal(\psi_j, w_0).$

$t(\psi_j, w_0) \rightarrow false.$

2. 後件部に $goal(\Box_i\varphi, X)$ あるいは $t(\Box_i\varphi, X)$ が現れる場合, 以下を繰り返す.

(a) $goal(\Box_A(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合, 以下の $m+1$ 節を生成. ただし, $j = 1, \cdots, m.$

$goal(\Box_A(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W)$
$\rightarrow \{new\_funct(F)\}, world(A, W{:}F), t(\varphi_1, W{:}F), \cdots, t(\varphi_n, W{:}F),$
$goal(\psi_1, W{:}F), \cdots, goal(\psi_m, W{:}F).$

$t(\psi_j, W{:}F), world(A, W{:}F) \rightarrow t(\Box_A(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W).$

(b) $t(\Box_A(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), X)$ が現れる場合,

i. $m = 0$ のとき, すなわち, $t(\Box_A(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), X)$ が現れる場合, 以下の3節を生成.

$true \rightarrow goal0(\Box_A(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n)), goal0(\varphi_1), \cdots, goal0(\varphi_n).$

$t(\Box_A(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W), t(\varphi_1, V{:}F), \cdots, t(\varphi_n, V{:}F), world(A, V{:}F) \rightarrow false.$

$t(\Box_A(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W) \rightarrow \{new\_funct(F)\}, world(A, W{:}F).$

ii. $m > 0$ のとき, 以下の2節を生成.

$goal(\psi_1, V{:}F), \cdots, goal(\psi_m, V{:}F)$
$\rightarrow goal0(\Box_A(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m)), goal(\varphi_1, V{:}F), \cdots, goal(\varphi_n, V{:}F).$

$goal(\psi_1, V{:}F), \cdots, goal(\psi_m, V{:}F),$
$t(\Box_A(\varphi_1 \wedge \cdots \wedge \varphi_n \supset \psi_1 \vee \cdots \vee \psi_m), W), t(\varphi_1, V{:}F), \cdots, t(\varphi_n, V{:}F), world(A, V{:}F)$
$\rightarrow t(\psi_1, V{:}F) \mid \cdots \mid t(\psi_m, V{:}F).$

3. 後件部に $goal0(\varphi)$ が現れる場合, 上記ステップで生成した節に対し, 前件部に現れる $goal(\varphi, X)$ を $goal0(\varphi)$ に置換した節を生成.

図 3: KD45 多重様相論理に対する NHM 様相節変換アルゴリズム

変換後の式の直観的な意味は,「到達可能性を表す関数 f_i が存在して, 世界 $w{:}f_i$ で論理式 $\neg\varphi$ を変換せよ」である. ここで, 世界 $w{:}f_i$ は, 世界 w から関数 f_i を適用して到達可能な世界である. そこで, 世界を生成するのではなく, 到達可能性を表す関数を生成することを考える. そのために, 新たに関数を生成する組み込み述語 $\{new\_funct(F)\}$ を導入する. また, 到達可能関係を表したアトム $path(W, V)$ を生成する代りに, 世界 $W{:}F$ が $\Box_A$ に基づいて生成された世界であることを表すアトム $world(A, W{:}F)$ を生成する. これは, 2.2 節の (1) 式に対応するものである.

図 3に, KD45 多重様相論理に対する NHM 様相節変換アルゴリズムを示す. ステップ1は, 様相体系Kに対するアルゴリズム (図 1) と同じである. ステップ2-aは, 上述の通り, $\{new\_world(V)\}$ を $\{new\_funct(F)\}$ に, $path(W, V)$ を $world(A, W{:}F)$ に, V を $W{:}F$ に, それぞれ置き換えたものである.

次に, ステップ 2-b について検討する. このステップは, 関数模擬法の $\mathcal{F}(\Box_i\varphi, w)$ に対応する. $\mathcal{F}(\Box_i\varphi, w)$ の変換の定義式と 2.2 節の (1),(2) 式から, KD45 多重様相論理に特化した変換関数の

定義が得られる.

$$\mathcal{F}(\Box_i\varphi, w) = \forall v, x_i.W_i(v{:}\,x_i) \supset \mathcal{F}(\varphi, v{:}\,x_i).$$

そこで, 到達可能関係 $path(W,V)$ ではなく, 世界に関する制約 $world(A,V{:}\,F)$ に基づいて, アトムを生成することを考える. しかし, 様相体系 K においては到達可能関係 $path(W,V)$ によって変数を束縛していたため, $path(W,V)$ を単純に消去すると, 領域限定性が失われてしまう. 例えば, 図 1 の 2-b-i の第 1 節は,

$$true \rightarrow goal(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n), W).$$

となり, 変数 W が前件部で束縛不能となる.

様相体系 K に対する様相節変換では, $path(W,V)$ で変数を束縛可能なので, 幅優先 NHM 方式を利用することができた [10]. NHM 方式として, 幅優先方式と深さ優先方式の 2 つが提案されている [4]. 深さ優先 NHM 方式は, 変数の束縛情報を伝播するためのオーバーヘッドが多いが, 節集合の領域限定性を保証するものである. そこで, 深さ優先 NHM 方式の考え方を取り入れる. 本方式では, 領域限定性を満たさない述語 P に対し, 自由変数が現れる引数を消去した新たな述語 P' が導入される. 例えば, 上の例で 2 引数述語 $goal(F,W)$ の第 2 引数が自由変数となるので, 1 変数述語 $goal0(F)$ を導入する. 上の節は以下のようになる.

$$true \rightarrow goal0(\Box(\neg\varphi_1 \vee \cdots \vee \neg\varphi_n)).$$

さらに, 各節の前件部に現れる述語 P を, 導入された述語 P' で置き換えた節が生成される. 様相節変換では $goal0(F)$ は常に具体化されているので, 導入された $goal0(\varphi)$ に対し, 各節の前件部に現れる $goal(\varphi,W)$ を $goal0(\varphi)$ で置き換えた節を生成する.

図 3のステップ 2-b は, 図 1のステップ 2-b に対して上述の処理を施したものである. ステップ 2-b-i の第 3 節は, 継続律を保証するものであり, ステップ 3 は上述の通り, 領域限定性を保証するものである.

5 様相節変換の例

KD45 様相論理の代表的な定理を様相節変換した例を示す. まず, $\Box_a p \supset \Box_a\Box_a p$ を変換した例を図 4に示す. この例では, まず $goal(\Box_a\Box_a p, w_0)$ が生成される. 次に関数 (例えば, f_1) が生成され, $goal(\Box_a p, w_0{:}\,f_1)$ が生成される. さらに, 関数 (例えば, f_2) が生成され, $goal(p, w_0{:}\,f_1{:}\,f_2)$ が生成される. このゴールに対し, $goal0(\Box_a p)$ が生成される. 生成されたゴールは, 「どこかの世界で $\Box_a p$ を証明せよ」ということを意味する. 世界 w_0 で $\Box_a p$ が真なので, $t(\Box_a p, w_0)$ が得られる. $goal(p, w_0{:}\,f_1{:}\,f_2)$, $t(\Box_a p, w_0)$ および, $world(a, w_0{:}\,f_1{:}\,f_2)$ から $t(p, w_0{:}\,f_1{:}\,f_2)$ が生成される. これから, $t(\Box_a p, w_0{:}\,f_1)$, さらに $t(\Box_a\Box_a p, w_0)$ が生成され, $false$ が得られるので, 定理であることが示される.

次に, $\neg\Box_a p \supset \Box_a\neg\Box_a p$ を変換した例を図 5に示す. この例では, $goal(\Box_a p, w_0)$ から $goal(p, w_0{:}\,f_1)$ が生成され, 一方 $goal(\Box_a\neg\Box_a p, w_0)$ から $t(\Box_a p, w_0{:}\,f_2)$ が生成される. この両者から, $t(p, w_0{:}\,f_1)$ が得られる. さらに, $t(\Box_a p, w_0)$ が生成され, $false$ が導かれる.

次に, $\Box_a\neg p \supset \neg\Box_a p$ を変換した例を図 6に示す. この例では, $goal0(\Box_a\neg p)$ から $t(\Box_a p, w_0)$ が生成され, さらに $world(a, w_0{:}\,f_1)$ が生成される. 一方, $goal0(p)$ から $goal0(\Box_a p)$ が生成され, $t(\Box_a p, w_0)$ が得られる. $world(a, w_0{:}\,f_1)$ があるので, $t(p, w_0{:}\,f_1)$ が得られ, $false$ が導かれる.

6 おわりに

KD45 多重様相論理の論理式を, 領域限定された節集合に変換し, モデル生成型定理証明器 MGTP を用いて証明する方式を述べた. 本方式は, 関数模擬法に基づいて可能世界間の到達可能関係を照合によって計算し, 様相節変換法を KD45 多重様相論理に拡張したものである. 本方式の特徴は, 到達可能関係を陽に計算せず, 二つの可能世界間の到達可能性の検査が必要になったときに, 到達可能関係を計算する点にある. 変換された節の領域限定性を保証するために, 深さ優先 NHM

方式が導入されている.

関数模擬法と比較した際の, 本方式の特長は以下の2点にある.

1. 様相論理式が領域限定された節集合に変換され, また到達可能関係が単一化ではなく照合によって計算されるので, 関数模擬法の効率的な実現方法を与えている.
2. NHM の導入により証明に直接寄与しない不要な探索を抑制でき, 効率的な定理証明を可能にしている.

本方式で用いたモデル生成型定理証明器 MGTP は, 並列計算機上で実現されている. 本稿では, 逐次型を対象としたが, 様相論理定理証明からいかに並列性を引き出すかが今後の課題である.

謝辞

本方式の計算機上での実現に関してご教示いただいた ICOT の越村三幸主任研究員, Prolog 版 MGTP 処理系を提供していただいた三菱電機中央研究所の藤田博氏に感謝します. さらに, 本研究にご支援いただいた NTT コミュニケーション科学研究所の河岡司所長, 中野良平研究グループリーダ, ICOT の内田俊一所長に感謝します.

参考文献

[1] M. Fitting. First-order modal tableaux. *J. of Automated Reasoning*, Vol. 4, pp. 191–213, 1988.

[2] H. Fujita and R. Hasegawa. A model generation theorem prover in kl1 using ramified-stack algorithm. In *Proc. of ICLP'91*, pp. 535–548, 1991.

[3] J. Y. Halpern and Y. Moses. Knowledge and common knowledge in a distributed environment. *JACM*, Vol. 37, pp. 549–587, 1990.

[4] R. Hasegawa, Y. Ohta, and K. Inoue. Non-horn magic sets and their relation to relevancy testing. Technical Report 834, ICOT, 1993.

[5] F. Kroger. Temporal logic of programs. In *EATCS Monographs on Theoretical Computer Science*, pp. 1–148. Spinger-Verlag, 1987.

[6] R. Manthey and F. Bry. SATCHMO: A theorem prover implemented in Prolog. In *Proc. of the 9th Int. Conf. on Automated Deduction*, pp. 415–434, 1988.

[7] A. Nonnengart. First-order modal logic theorem proving and functional simulation. In *Proc. of IJCAI'93*, pp. 80—85, 1993.

[8] H. J. Ohlbach. A resolution calculus for modal logics. In *Proc. of the 9th Int. Conf. on Automated Deduction*, pp. 500–516, 1988.

[9] Y. Shoham. Agent-oriented programming. *Artificial Intelligence*, Vol. 60, pp. 51–92, 1993.

[10] 赤埴, 井上, 長谷川. 様相節変換に基づく mgtp 上の様相論理証明器の効率的実現. 情処研報 93-AI-90, pp. 33–42, 1993.

$goal(\Box_a p, w_0) \rightarrow t(\Box_a p, w_0).$
$true \rightarrow goal(\Box_a \Box_a p, w_0).$
$t(\Box_a \Box_a p, w_0) \rightarrow false.$
$goal(\Box_a \Box_a p, W)$
$\rightarrow \{new\_funct(F)\}, world(a, W\!:\!F), goal(\Box_a p, W\!:\!F).$
$t(\Box_a p, W\!:\!F), world(a, W\!:\!F) \rightarrow t(\Box_a \Box_a p, W).$
$goal(p, V\!:\!F) \rightarrow goal0(\Box_a p).$
$goal(p, V\!:\!F), t(\Box_a p, W), world(a, V\!:\!F)$
$\rightarrow t(p, V\!:\!F).$
$goal(\Box_a p, W)$
$\rightarrow \{new\_funct(F)\}, world(a, W\!:\!F), goal(p, W\!:\!F).$
$t(p, W\!:\!F), world(a, W\!:\!F) \rightarrow t(\Box_a p, W).$
$goal0(\Box_a p) \rightarrow t(\Box_a p, w_0).$

図 4: $\Box_a p \supset \Box_a \Box_a p$ の変換例

$true \rightarrow goal(\Box_a p, w_0).$
$t(\Box_a p, w_0) \rightarrow false.$
$true \rightarrow goal(\Box_a \neg \Box_a p, w_0).$
$t(\Box_a \neg \Box_a p, w_0) \rightarrow false.$
$goal(\Box_a p, W)$
$\rightarrow \{new\_funct(F)\}, world(a, W\!:\!F), goal(p, W\!:\!F).$
$t(p, W\!:\!F), world(a, W\!:\!F) \rightarrow t(\Box_a p, W).$
$goal(\Box_a \neg \Box_a p, W)$
$\rightarrow \{new\_funct(F)\}, world(a, W\!:\!F), t(\Box_a p, W\!:\!F).$
$goal(p, V\!:\!F) \rightarrow goal0(\Box_a p).$
$goal(p, V\!:\!F), t(\Box_a p, W) \rightarrow t(p, V\!:\!F).$

図 5: $\neg \Box_a p \supset \Box_a \neg \Box_a p$ の変換例

$goal(\Box_a \neg p, w_0) \rightarrow t(\Box_a \neg p, w_0).$
$goal(\Box_a p, w_0) \rightarrow t(\Box_a p, w_0).$
$true \rightarrow goal0(\Box_a \neg p), goal0(p).$
$t(\Box_a \neg p, W), t(p, V\!:\!F), world(a, V\!:\!F) \rightarrow false.$
$t(\Box_a \neg p, W) \rightarrow \{new\_funct(F)\}, world(a, W\!:\!F).$
$goal(p, V\!:\!F) \rightarrow goal0(\Box_a p).$
$goal(p, V\!:\!F), t(\Box_a p, W), world(a, V\!:\!F)$
$\rightarrow t(p, V\!:\!F).$
$goal0(\Box_a p) \rightarrow t(\Box_a p, w_0).$
$goal0(p) \rightarrow goal0(\Box_a p).$
$goal0(p), t(\Box_a p, W), world(a, V\!:\!F)$
$\rightarrow t(p, V\!:\!F).$

図 6: $\Box_a \neg p \supset \neg \Box_a p$ の変換例