ICOT Technical Report: TR-706

TR-706

仮説推論と非単調推論

井上　克巳

October, 1991

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03)3456-3191～5
Telex ICOT J32964

Institute for New Generation Computer Technology

仮説推論と非単調推論

Hypothetical Reasoning and Nonmonotonic Reasoning

井上 克巳

Katsumi Inoue

(財) 新世代コンピュータ技術開発機構 第5研究室

Fifth Research Laboratory, ICOT

1-4-28, Mita, Minato-ku, Tokyo 108

email: inoue@icot.or.jp

1991年10月21日

概要

仮説推論は非単調推論と密接に関係している. この関係は双方向的であり, 仮説推論が非単調論理を用いて定式化でき, 逆にある種の非単調推論が仮説推論を用いて計算できる. 本稿では, 仮説推論のデフォルト論理による定式化, アブダクションと極小限定との関係, および定理証明技法を用いたアブダクションならびに極小限定の計算方法などについて述べる.

1 はじめに

仮説推論の中で, ある式を成り立たせるために十分であるような仮説の集合を求めるタスクは一般に**アブダクション** (*abduction*, 仮説生成) とも呼ばれている. Peirce [36] が述べたように, アブダクションは演繹 (deduction) とは明確に区別され, 世界に関する知識の拡大をもたらす「拡張的 (amplicative)」推論である. それゆえ, 人間が持つような高度な知的活動の計算機による実現を目指して, アブダクションの計算メカニズムを基礎とし, それに仮説選択のためのプラスアルファを加えたシステムの提案がなされている [27, 23, 17]. ところで, われわれの常識的思考においては, 世界に関する不完全な知識の下での「蓋然的な (plausible)」推論をともなう. このような拡張的あるいは蓋然的な推論では, 新しい事実が付け加えられたときに, 以前の推論結果が取り消されることがある. つまり, 推論は非単調 (*nonmonotonic*) であるため, 常識推論を含む高度な問題解決のためのシステムにとって, 何らかの非単調推論のための計算手続きを持つことが望まれる. したがって, アブダクションと非単調推論の関係を理解することは重要である.

以下で示すように, アブダクションと非単調推論との関係は双方向的である. まず, アブダクションは非単調論理によって定式化できるため, アブダクション自体が非単調性を有していることが裏付けられる. 次に, 常識推論のために提案されてきたいくつかの非単調推論の定式化が, その基本的計算メカニズムにおいてアブダクションを利用することができる.

本稿ではまず, アブダクションと Reiter のデフォルト論理 [45] との関係について, Finger [11] や Poole [37] により与えられた結果を中心に示す. この関係から, アブダクション自体の非単調性が観察される. さらに, アブダクションの計算についても, Reiter のトップダウン・デフォルト証明を利用して行えることも示される. 次に, 極小モデルに基づく非単調推論である極小限定 (circumscription) [31, 32, 29] とアブダクションとの関係について述べる. この関係自体は, Etherington [10] によるデフォルト論理と極小限定との関係を拡張することにより得られる. しかしながら, 極小限定を計算するためには, アブダクションと対応付けることによって, その計算手続きが直接利用できるためにより望ましいと考えられる.

本稿の後半では, アブダクションおよび CMS/ATMS [6, 46] の線形導出を用いた計算方法 [18], さらにその計算手続きを利用した極小限定のための定理証明器の実現およびその効率化 [22], そして極小限定理論に対する質問応答の方法 [16] などについて取り扱う. これらの計算手続きはすべて, 順序付き線形導出 [30, 26, 4] に Skip オペレーションを追加して拡張することにより得られる, 非ホーン節のための導出手続き [19, 20] を用いることにより得られる. この手続きは, 従来の定理証明器のように, 空節を導くことによりある式が論理式集合の帰結であるかどうかを調べるために用いることもできるが, 主として論理式集合の中である特定の部分クラスに属する論理的帰結をすべて求めるために用いる. この手続きを命題論理に適用した場合には, 与えられた論理式の集合の prime implicates [44, 46] (の部分集合) を与えることができる. この手続きの持つ重要性は, 上に挙げたアブダクションや非単調推論, ATMS を始め, それらの応用として考えられる診断, 設計, 計画など, 多くの AI の問題への広い適用可能性を有する点にある.

最後に, 論理プログラミングなどのように一階述語論理では表わせないような非単調論理とアブダクションとの関係についても簡単に述べる.

2 アブダクションと正規デフォルト理論

本章ではアブダクションの定義と Reiter [45] のデフォルト論理との関係を与え, アブダクションの非単調性に関して議論する.

2.1 アブダクションの論理

アブダクションは Peirce [36] によって演繹, 帰納とは異なる推論の形態として認識された[1]. Peirce によるアブダクションの論理は, 次のように与えられる:

[1]本稿においては, アブダクションと仮説推論 (hypothetical reasoning) の用語の使い分けは特に行わないが, 強いて挙げれば, 前者では仮説あるいは説明の生成に特に注目するのに対し, 後者では生成された仮説を選択

1. ある (驚くべき) 事実として, C が観察されている.

2. しかし, もし A が真であれば, C であることは当然の事柄である.

3. それゆえ, A は真ではないかと考える理由が存在する.

これを形式化すると, 伝統的論理学において「後件肯定の虚偽 (Fallacy of affirming the consequent)」と呼ばれる妥当でない (invalid) 推論:

$$\frac{C \quad A \supset C}{A}$$

となり, その意味でもアブダクションは非演繹的推論である. さらに, Peirce は科学的探求の方法論を考える上で, 演繹や帰納とアブダクションは独立に存在するのではなく, アブダクションによって得られた仮説は, その後に続く演繹と帰納によって検証されるものであると考えた. また, 得られた仮説の選択基準としていくつか考察しているが, その中の一つとして「Occam の剃刀」があり, 余分なものをまったく含まない最も単純な仮説を優先することを要請している.

これに対して, 近年人工知能の分野において, 多くのアブダクションに関する定式化, およびその計算に関する提案が行われている [41, 5, 11, 40, 38, 46] が, 概してこれらの定式化においては, 次の共通する仮定が用いられている. すなわち, 世界に関する知識は問題固有の公理 (*proper axioms*) 集合として, 一階述語論理式の集合で表されるものとする. この公理集合を以下 Σ で表し, 事実 (*facts*) 集合と呼ぶ. このとき, 上の 2 番目の式 (大前提, $A \supset C$) は, Σ 内の公理として, あるいは Σ からの演繹によって得られるものと考えられる. また, C を説明する A は一般には必ず成立するとわかっているわけではなく, 仮説 (*hypotheses*) 集合と呼ばれる Σ が含まれる言語のあるサブセット (何ら制限を与えることができなければその言語全体) から構成されると考える. さらに, 説明 A の妥当性を検証するために十分な知識が Σ に含まれるとすると, 説明の検証は A が Σ と矛盾しないという条件に置き換えられる. これらの仮定を考慮すると, Peirce のアブダクションを次の Poole らによる **Theorist** [40, 37, 38] の定義によって理解することができる[2]:

事実集合 Σ, 仮説集合 $\mathcal{H}$, および閉論理式 G が与えられたとき, $\mathcal{H}$ の要素の基礎例からなる集合 E が G の $(\Sigma, \mathcal{H})$ からの説明 (*explanation*) であるとは, (a) $\Sigma \cup E \models G$, かつ (b) $\Sigma \cup E$ が無矛盾である, ことをいう[3].

し利用する過程も含めた総合的な意味となる. ただし, これらの用語の意味は研究者によって異なっており, AI の文献を見る限り特に区別する必要はないと考えられる.

[2]実は Theorist は Peirce のアブダクションよりも, むしろ Popper [42] らの理論形成 (theory formation) を背景としている. しかしながら, Peirce による科学方法論の研究は Popper の研究の先駆であることが, 一般的にまた Popper 自身によっても認められている.

[3]Theorist における説明の定義においては, $\Sigma \cup E$ を説明としているものもある [37, 38] が, ここでは, オリジナル [40] および Goebel の使用法に従って E を説明と呼ぶ. また, E として全称束縛された変数の出現を許すためには, 逆スコーレム化 (reverse Skolemization) アルゴリズム [5] が必要となる.

ところで, Theorist の枠組では, 説明に用いられる仮説集合では上のように任意の論理式を許している. しかしながら, これらの仮説を表す式はすべてアトムの集合で表現することができる. すなわち, $\mathcal{H}$ に含まれるすべての論理式 $F(\mathbf{x})$ ($\mathbf{x} = x_1, \ldots, x_n$ は論理式中に現れる自由変数の組) に対して, $(\Sigma, \mathcal{H})$ に含まれないアトム δ_F で F を名前付けし,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}' &= \{\, \delta_F(\mathbf{x}) \mid F(\mathbf{x}) \in \mathcal{H} \,\} \\ \Sigma' &= \Sigma \cup \{\, \forall \mathbf{x}\,(\, \delta_F(\mathbf{x}) \supset F(\mathbf{x})\,) \mid F(\mathbf{x}) \in \mathcal{H} \,\} \end{aligned}$$

とするとき, G の $(\Sigma, \mathcal{H})$ からの説明は, G の $(\Sigma', \mathcal{H}')$ からの説明と 1 対 1 対応が付く [37, Theorem 5]. この名前付けの技法は McCarthy の *abnormal* 述語 [32] と関連している. このように制限した定式化は他に Finger [11] に見られる. 同様に, われわれは以下で, 仮説をリテラルに限定するアブダクションを使う. これは仮説集合に負リテラルを含む以外は, 仮説がアトムに限定されている定義と同様であり, 従って上の Theorist と同等の表現能力を持つ. しかしながら, 仮説をリテラルに拡張しておくことにより, 導出原理を用いた極小限定の計算をより自然に行うことができる. 以下では, 言語中のすべてのリテラルを $\mathcal{L}$ で表す. また, 論理式の集合 T と論理式 F に対して, $T + F$ により, $T \cup \{F\}$ を表すことにする.

> Σ を事実集合, $H \subseteq \mathcal{L}$ を仮説集合, G を論理式とするとき,
> リテラルの論理積 E が G の (Σ, H) からの説明であるとは,
> 1. $\Sigma + E \models G$ であり,
> 2. $\Sigma + E$ が充足可能であり,
> 3. E の各連言子は H の要素の基礎例である,
>
> ことをいう. また, G の説明 E が極小 (*minimal*) であるとは,
> E のいかなる真部分積 E' も $\Sigma + E' \models G$ を満足しないことをいう.

アブダクションにおける極小の説明は, 説明の無矛盾性を仮定しない場合でも, 非単調性を持つ. これは, 新しい事実が付け加えられたとき, より単純な説明が見つかる可能性があるからである. また, アブダクションにおいて, 得られた説明が無矛盾性を満たすことを要請するならば, アブダクションが非演繹的推論であることの当然の結果として, 極小の説明でなくても説明の非単調性が結論付けられる. なぜならば, ある論理式が付け加えられると, もはや無矛盾性を満たさなくなる可能性があるからである. Poole [38] は, この他の場合として, 事実以外にも観測や仮説が加わった場合の説明の変更について議論している. さらに次節において, デフォルト論理との関係から非単調性が検証される.

2.2 アブダクションとデフォルト論理との関係

最初に, [37] と同様に拡張と呼ばれる無矛盾な極大集合を定義しよう.

事実集合 Σ および仮説集合 $H \subseteq \mathcal{L}$ が与えられたとき, M を $\Sigma + M$ が充足可能であるような H の要素の基礎例の極大の論理積とするとき, $Th(\Sigma + M)$ を (Σ, H) の拡張 (*extension*) と呼ぶ. ここに, $Th(\Sigma)$ は Σ からの論理的帰結の集合を表す.

ここで定義した拡張が Reiter の**デフォルト論理** (*default logic*) [45] のあるクラスと対応付けられることを, 以下に順を追って示そう.

自由変数の組 $\mathbf{x}$ を持つ一階述語論理式を $\alpha(\mathbf{x}), \beta_1(\mathbf{x}), \ldots, \beta_m(\mathbf{x}), \gamma(\mathbf{x})$ とするとき, **デフォルト** (*default*) とは次の形の推論規則のことである:

$$\frac{\alpha(\mathbf{x}) : \mathsf{M}\, \beta_1(\mathbf{x}), \ldots, \beta_m(\mathbf{x})}{\gamma(\mathbf{x})}, \tag{1}$$

ここに $\alpha(\mathbf{x})$ をデフォルトの**前提** (*prerequisite*), $\beta_1(\mathbf{x}), \ldots, \beta_m(\mathbf{x})$ を**根拠** (*justifications*), $\gamma(\mathbf{x})$ を**結論** (*consequent*) と呼ぶ. ここで, デフォルトが自由変数の組を持つときは, そのすべての基礎例の集合と同一視する. 従ってデフォルト (1) は, すべての基礎項の組 $\mathbf{t}$ に対し,「もし $\alpha(\mathbf{t})$ が成立しており, $\beta_1(\mathbf{t}), \ldots, \beta_m(\mathbf{t})$ が矛盾しなければ, $\gamma(\mathbf{t})$ が成立する」と解釈される. さらに, デフォルトにおいて根拠がただ一つしかなく, しかもそれが結論と一致するとき, **正規** (*normal*) であるといい, 正規でないデフォルトを**非正規** (*nonnormal*) デフォルトとよぶ. 正規デフォルトの例として「鳥は一般に飛ぶ」ということは次で表される:

$$\frac{Bird(x) : \mathsf{M}\, Flies(x)}{Flies(x)}. \tag{2}$$

また, デフォルトの集合を D, 一階述語論理で表される公理集合を W とするとき, (D, W) を**デフォルト理論** (*default theory*) という. デフォルトの適用においては, その根拠の無矛盾性が要請されるが, この条件を正確に表現するためには, デフォルト理論に対してその推論結果の集合を次のように定義する必要がある. 論理式の集合 X がデフォルト理論 (D, W) の**拡張** (*extension*) であるとは, X が以下の条件を満たす最小の論理式の集合 Y と一致することである:

1. $W \subseteq Y$,

2. Y は演繹的に閉じている (すなわち, $Th(Y) = Y$),

3. D の任意のデフォルト (1) の任意の基礎例に対して, もし $\alpha(\mathbf{t}) \in Y$ かつ $\neg\beta_1(\mathbf{t}), \ldots, \neg\beta_m(\mathbf{t}) \not\in X$ ならば, $\gamma(\mathbf{t}) \in Y$ である.

この拡張 X の定義において, X が自分自身を用いて定義されているために, 構成的には与えられていないことに注意されたい. また, 一般に拡張は一つに定まるとは限らず, しかも存在しない場合もある. しかしながら, デフォルトがすべて正規デフォルトである**正規デフォルト理論** (*normal default theory*) に対しては, 必ず拡張が存在することが保証される.

さて, アブダクションにおいて事実集合 Σ と仮説集合 H が与えられたとき,

$$D_H = \left\{ \left. \frac{: \mathsf{M}\, w(\mathbf{x})}{w(\mathbf{x})} \;\right|\; w(\mathbf{x}) \in H \right\} \tag{3}$$

とおき, 正規デフォルト理論 (D_H, Σ) を考えてみよう. ここで, D_H は前提を持たない (つまり前提が *true* である) 正規デフォルトの集合である. また, デフォルト理論の拡張を, この節

の最初で定義した Theorist の枠組における拡張と区別するために，**デフォルト拡張**と呼ぶことにする．このとき，次の定理が成り立つ．

定理 2.1 論理式の集合 X が (Σ, H) の拡張であれば，かつそのときに限り，X が 正規デフォルト理論 (D_H, Σ) のデフォルト拡張である．このとき，X は次の 3 条件を満たす最小の論理式の集合である [37, Theorem 4]：(a) $\Sigma \subseteq X$, (b) $Th(X) = X$, (c) H の任意の要素の任意の基礎例 w に対し，もし $\neg w \notin X$ ならば，$w \in X$ である．

系 2.2 事実集合 Σ が無矛盾であれば，(Σ, H) は必ず拡張を持つ．

デフォルト論理においては，それぞれのデフォルト拡張は，デフォルト推論を行った結果としての可能な信念の集合を意味する．定理 2.1 は仮説集合 H における各仮説 w をデフォルト $\frac{:\mathsf{M}\,w}{w}$ とみなせることを示すが，この事実はアブダクションにおける説明の生成とは直接には関係していない．まず次により，拡張と説明を結び付けよう．

準備 2.3 [37, Theorem 3] 論理式 G が (Σ, H) からの説明を持てば，かつそのときに限り，G を含む (Σ, H) の拡張が存在する．

これを定理 2.1 と結び付けることにより，次を得る．

定理 2.4 論理式 G が (Σ, H) からの説明を持てば，かつそのときに限り，G は正規デフォルト理論 (D_H, Σ) のあるデフォルト拡張で成立する．

これにより，Theorist によるアブダクションの枠組がデフォルト論理によって定式化されたと見ることができる．そして，正規デフォルト理論における非単調性はそのままアブダクションで成立する．また，アブダクションの計算が，まさに次節で示される Reiter のトップダウン・デフォルト証明によって行えることが帰結される．

ところで Poole は上の結果を逆に使って，Theorist の枠組が，アブダクションのみならずデフォルト推論に対しても使えることを示した [37]．すなわち，もし仮説集合 H が典型的な性質を導く規則を表しているならば，ある式 G がデフォルト推論によって導かれることを示すためには，G の説明が存在することを示せばよい． しかしながら，一般的に Reiter のデフォルト論理を Theorist の枠組で計算することには限界がある．まず，前提付きの正規デフォルトについては，この枠組だけでは正確に計算することはできないため，いくつかの制約式を導入している．例として，(2) で表される式を考えてみよう．「鳥が飛ぶ」という規則は常に成立するとは限らないので，これを仮説として $Birdflies(x)$ とおき，この名前付けを使って規則を

$$\forall x\,(Bird(x) \wedge Birdflies(x) \supset Flies(x))$$

と書き事実に含めることにしよう．定理 2.1 により，これらの仮説と事実はデフォルト：

$$\frac{:\mathsf{M}\; Bird(x) \supset Flies(x)}{Bird(x) \supset Flies(x)}$$

と対応付けられる. いま, $\neg Flies(Sam)$ が事実としてある場合, 上のデフォルトによって $\neg Bird(Sam)$ が導かれてしまう. ところが, Sam は飛べない鳥であるかもしれず, このことを一般には導きたくはない. 実際, 前提付きのデフォルト (2) を用いた場合, デフォルトの非対称性によりこの定理は導かれない. そこで, デフォルトの結論の対偶を使用することを避けるために,

$$\neg Flies(x) \rightarrow \neg Birdflies(x)$$

という規則を制約として加えなければならない. ただし, これを含意式として事実のなかに言明することはできない. なぜなら, $Paul$ という個体が存在するとき, 上の規則を含意式とした場合の対偶 $Birdflies(x) \supset Flies(x)$ と仮説 $Birdflies(Paul)$ とから $Flies(Paul)$ が結論付けられてしまうからである. 次に, Poole は Reiter の非正規デフォルト理論について摸擬を試みている. しかし実際には, トップダウン手続きで非正規デフォルト理論における証明を局所的に行うことは不可能である. その後 Poole は構文あるいは文脈に依存した拡張の選択方法を提案している [39] が, その詳細はここでは省略する. また, 非正規デフォルト理論と関係が深い論理プログラミングについて, アブダクションとの関係がいくつか得られているが, それらの一部を 7 章で取り上げる.

2.3 アブダクションのトップダウン計算

前節における定理 2.4 により, 論理式 G が (Σ, H) からの説明を持つことを示すためには, G が正規デフォルト理論 (D_H, Σ) のあるデフォルト拡張で成立するかどうかを決定すればよい. しかしながら, われわれは具体的に G の説明が何であるかを知りたい. 任意の正規デフォルト理論に対して, Reiter によるトップダウン・デフォルト証明 [45] は幸いにも, G を含むデフォルト拡張の存在と, その証明に関与するデフォルトを同時に見つけることができる[4]ため, 説明の生成に使えることがわかる.

正規デフォルト理論 (D, W) に関する論理式 G の**デフォルト証明** (*default proof*) は, 以下を満たす D の要素の具体例の集合の列 $D_0, \ldots, D_k$ である:

1. $W \cup CONSEQUENTS(D_0) \vdash G$,

2. $1 \leq i \leq k$ に対して, $W \cup CONSEQUENTS(D_i) \vdash PREREQUISITES(D_{i-1})$,

3. $D_k = \emptyset$,

4. $W \cup \bigcup_{i=0}^{k} CONSEQUENTS(D_i)$ は無矛盾である,

ここに $CONSEQUENTS(D_i)$ は D_i に含まれるすべてのデフォルトの結論の集合を表し, $PREREQUISITES(D_i)$ は D_i に含まれるすべてのデフォルトのすべての前提の論理積を表す. また, G のデフォルト証明 $P_G = D_0, \ldots, D_k$ に対して, $\bigcup_{i=0}^{k} D_i$ を P_G の**デフォルト支持** (*default support*) という. このとき, 次の定理が成立する.

[4] ただし, この手続きは充足可能性のテストを必要とするため, 半決定可能 (semi-decidable) ですらない.

定理 2.5 [45] W が無矛盾であるとき, 正規デフォルト理論 (D, W) が閉論理式 G を含む拡張を持つことと, (D, W) に関する G のデフォルト証明が存在することは同値である.

ところで, アブダクションにおける仮説集合 H を (3) で変換したデフォルト集合 D_H においては, どのデフォルトも前提が *true* である正規デフォルトであるため, 上の定義は次に縮小される. 事実集合 Σ と仮説集合 H に対応する正規デフォルト理論 (D_H, Σ) に関する G の**デフォルト支持**は, 以下を満たす D_H の要素の具体例の集合 D_0 である:

1. $\Sigma \cup CONSEQUENTS(D_0) \vdash G$,

2. $\Sigma \cup CONSEQUENTS(D_0)$ は無矛盾である,

この定義から, G のデフォルト証明により求まる $CONSEQUENTS(D_0)$ は H の要素の具体例の集合であり, まさに G の (Σ, H) からの説明にほかならないことが容易にわかる. Reiter は上の計算を行うために**線形導出** (*linear resolution*) [30, 4] の使用を仮定した**トップダウン・デフォルト証明** (*top-down default proof*) を与えている. 以下では, デフォルト支持と説明を同一視し, 上の縮約された計算に限定して手続きを紹介する.

トップダウン・デフォルト証明の第一段階は G を導くために十分な仮説の集合を求めることである. 節形式で表された事実集合 Σ と仮説集合 $H \in \mathcal{L}$ に対して,

$$CLAUSES(\Sigma, H) = \{\, \langle C,\, \emptyset \rangle \mid C \in \Sigma \,\} \cup \{\, \langle w(\mathbf{x}),\, \{w(\mathbf{x})\} \rangle \mid w(\mathbf{x}) \in H \,\}$$

とする. ここで, 節 C と仮説集合 $S \subseteq H$ に対して, $\langle C, S \rangle$ を**索引付き節** (*indexed clause*) とよぶ. 二つの索引付き節 $\langle C_1, S_1 \rangle$ と $\langle C_2, S_2 \rangle$ が同じ変数名を持たないとき, それらの**融合節** (*resolvent*) を $\langle R, (S_1 \cup S_2)\sigma \rangle$ で定義し, R は mgu σ における C_1 と C_2 の通常の融合節であるとする. このとき, (Σ, H) からの**仮説集合** S **を返す式** G **の線形反駁**は, 以下を満たす索引付き節の列 $\langle R_0, S'_0 \rangle, \ldots, \langle R_n, S'_n \rangle$ である:

1. $\langle R_0, S'_0 \rangle = \langle C', \emptyset \rangle$, ここで C' は $\neg G$ のある節である,

2. $1 \leq i \leq n$ に対して, $\langle R_i, S'_i \rangle$ は $\langle R_{i-1}, S'_{i-1} \rangle$ と $\langle C_{i-1}, S_{i-1} \rangle$ との融合節である. ここで, $\langle C_{i-1}, S_{i-1} \rangle$ は, $CLAUSES(\Sigma, H)$ の中のある索引付き節であるか, C を $\neg G$ のある節としたときの $\langle C, \emptyset \rangle$ であるか, またはある $j < i-1$ に対して $\langle R_j, S'_j \rangle$ である,

3. $\langle R_n, S'_n \rangle = \langle \Box, S \rangle$.

このトップダウン証明は, 通常の節集合における線形反駁を索引付き節で拡張したものである. つまり, 仮説集合の要素を証明の中で用いてもよく, そのようにして証明に参加した仮説の集合を貯えていき出力する. 線形反駁の健全性により, G の線形反駁が S を返すとき,

$$\Sigma \cup \{\neg G\} \cup S \vdash \Box$$

が成立し，したがって $\Sigma \cup S \vdash G$ が成り立つ．

トップダウン・デフォルト証明の第2段階は上で得られた仮説集合 S に関して，$\Sigma \cup S$ が無矛盾であることを調べることである．この目的に対しては，われわれは完全な定理証明器を用いればよい．ただし，この問題は一階述語論理に対して決定不可能であるため，説明を求める問題はたとえ存在したとしても決定可能ではない．したがって，一階述語理論の定理とは異なり，デフォルト理論の定理は帰納的可算ではない．これはデフォルト論理の非単調性の一つの特徴を示している．また，正規デフォルト理論が持つ他の非単調性の特徴として，線形反駁によって求まる仮説集合の計算は H に関して局所性を持っており，実際に半単調性 (*semi-monotonicity*) [45, Theorem 3.2] と呼ばれる性質が成立するのに対して，無矛盾性に関する条件は事実集合 Σ 全体に関係していることが観察される．

以上により，Reiter のトップダウン・デフォルト証明を用いて，アブダクションにおける説明の計算方法が与えられた．ほとんどの導出原理に基づくアブダクションの計算手続き [5, 11, 40] は上の変形であることは，当然の結果であるといえる．Reiter はデフォルト証明で線形導出の使用を仮定しているが，これに各節内でリテラルが順序付けられた順序付き線形導出 (例えば，Model Eliminattion [30], SL-resolution [26]) を用いることもできる．実際，Cox ら [5] の手続きや Theorist [40] では説明の計算に Model Elimination を使っている．また，Finger [11] は線形導出の代わりに，順序付き線形導出よりも制限が弱い支持集合導出 (set-of-support resolution) を residue 手続きに用いており，得られる説明の完全性を証明している．また，順序付き線形導出を用いた場合の完全性の証明は Inoue [20] により与えられている．その SOL- 導出と呼ばれる手続きを 4 章で示す．これは，トップダウン・デフォルト証明との類似点もあるが，むしろ Pople [41] によるアブダクションの手続きの拡張になっており，さらには演繹としてみたときにより一般的な概念である結論発見 (consequence-finding) のために記述されている．別のアプローチとしては，再計算を防ぐなどのボトムアップ計算の利点を活かして，トップダウン・デフォルト証明をボトムアップ手続きで行わせる方法が [35] において提案されている．また，この方法では前提付きの正規デフォルトが扱える．

3　アブダクションとサーカムスクリプション

本章では非単調推論の一定式化である極小限定について説明し，アブダクションとの関係について議論する．

3.1　極小限定

極小限定 (*circumscription* [31, 32, 29]) は，古典論理の枠内で非単調推論を実現しようとするアプローチの代表的なものであり，「ある性質を満たすものは，まさに与えられた問題固有の公理からそれを満たさなければならないことが結論付けられるものだけに限定する」という考えを定式化したものである．極小限定は，Lifschitz [29] による定義では，問題固有の公理を一階述語論理式の集合 Σ で表したとき，Σ に上記の「」内に表された考えを表現した

二階式の公理を加えて拡張した理論 $Circum(\Sigma; P; Z)$ として与えられる．ここで，P と Z は Σ の中に現れる述語記号の組を表し，P は「限定しようとするある性質」を表す**極小化される述語** (*minimized predicates*) の組を表し，P の極小化にともなって述語の定義を変化させることができる**可変述語** (*variables*) の組が Z で表される．また，P と Z 以外の残りの述語の組を Q で表すことにする．さらに，Σ が P と Z を含むことを明示するために $\Sigma(P; Z)$ と表されるとすると，**P の Σ における Z を可変とした極小限定** $Circum(\Sigma; P; Z)$ は，式

$$\Sigma(P; Z) \wedge \neg \exists\, pz\, (\Sigma(p; z) \wedge p < P) \tag{4}$$

で定義される．ここで，p, z は P, Z に対応して同じ引数を持つ述語変数の組を表し，$\Sigma(p; z)$ は $\Sigma(P; Z)$ における P, Z の出現を p, z で置き換えた公理を示す．また，$p < P$ は P の中の各述語 P_i とそれに対応する p の中の述語変数 p_i との関係を表す論理式

$$\forall \mathrm{x}\, (p_i(\mathrm{x}) \supset P_i(\mathrm{x})) \wedge \neg \forall \mathrm{x}\, (P_i(\mathrm{x}) \supset p_i(\mathrm{x}))$$

をすべての P_i, p_i について論理積を取った式の略である．

例 3.1 Σ が次の 3 つの式からなるとする:

$$\begin{aligned}
&\forall x\, (Bird(x) \wedge \neg Ab(x) \supset Flies(x))\,, \\
&\forall x\, (Penguin(x) \supset Bird(x))\,, \\
&\forall x\, (Penguin(x) \supset \neg Flies(x))\,.
\end{aligned}$$

ここで，述語記号を $P = \{Ab\}$, $Z = \{Flies\}$, $Q = \{Bird, Penguin\}$ と分割する．一番目の式は異常でない鳥は飛ぶことを示す．異常性は述語 Ab で表現され，これを極小化することによって異常であるものをできるだけ少なくなるように限定する．これは McCarthy [32] によって，極小限定を常識推論のために使う方法として提案された．この例において，極小限定式 (4) の中で 2 階の公理は

$$\forall\, ab', flies'\, \neg\, (\, \Sigma(ab'; flies') \wedge \forall x(ab'(x) \supset Ab(x)) \wedge \neg \forall x(Ab(x) \supset ab'(x))\,)$$

と書け，全称限量された述語変数 $ab', flies'$ を持つように表せる．そこで，これらの変数に次の代入を施してみよう:

$$\begin{aligned}
&ab'(x) \equiv Penguin(x)\,, \\
&flies'(x) \equiv Bird(x) \wedge \neg Penguin(x)\,.
\end{aligned}$$

この代入と (4) 式の中の $\Sigma(Ab; Flies)$ とから，一階述語論理の演繹を使って，

$$\forall x\, (Ab(x) \equiv Penguin(x))$$

を得る．つまり，飛ぶことに関して異常なものはペンギンだけであることが導かれる．これから，さらに論理的帰結として，

$$\forall x\, (Bird(x) \wedge \neg Penguin(x) \supset Flies(x))$$

を得る．この式は Σ からは極小限定なしには得られないことに注意されたい．

なお, 極小限定のモデル論 [31, 29] は以下で示される: いま $M1$ と $M2$ を Σ のモデルとする. $M1$ と $M2$ では P と Z からの述語の解釈のみが異なり, $M1$ における P のすべての述語の外延が $M2$ における外延の部分集合であるとき, $M1 \leq_{P,Z} M2$ と書く. Σ のモデル M が (P,Z)-極小 (あるいは単に極小) であるとは, Σ のいかなる他のモデル M' に対しても $M' \leq_{P,Z} M$ が成立しないことをいう. このとき, $Circum(\Sigma; P; Z) \models F$ であれば, またそのときに限り, すべての Σ の極小モデル M に対して $M \models F$ が成立する.

3.2 アブダクションと極小限定との関係

極小限定とアブダクションは一見したところ, かなり異なっている. しかし, 非単調推論の研究において, デフォルト論理との関係付けが行われるに従って, いくつかの結果が得られてきた. まず, デフォルト論理を極小限定に変換できるかという問題があり, 現在も研究が続けられている. しかし, 前の章で示したように, アブダクションは正規デフォルト理論によって形式化できるため, 極小限定からデフォルト論理への変換を考えた方がわれわれには都合がよい. そこで, この変換に関して必要になる前提を考えてみよう.

極小限定とデフォルト論理との最も大きな差違は, 変数の取り扱いにある. 例として, 式 $P(a)$ のみからなる Σ において, 述語 P を極小化すると,

$$\forall x\,(\,P(x) \equiv x = a\,) \tag{5}$$

となる. ところが, $P(x)$ をできるだけ偽にするために, デフォルト

$$\frac{:\mathsf{M}\,\neg P(x)}{\neg P(x)}$$

からなる D を持つデフォルト理論 (D, Σ) を考えると, これから得られるものは, a とは異なるすべての基礎項 t に対するリテラル $\neg P(t)$ の集合になる. この違いを埋めるために, 次のような仮定を用いる. すなわち, 領域内の個体は, 言語中の個体定数と関数定数を用いて名前付け可能なものだけであるとする. これは**領域閉包仮説** (*domain-closure assumption*, **DCA**) と呼ばれる. 言語中に関数定数が存在しなければ, DCA は, 次の領域閉包公理によって記述される:

$$\forall x\,(\,x = t_1 \vee x = t_2 \vee \ldots\,).$$

ここで t_i は言語中の個体定数である. もし言語が関数定数を含んでいれば, 無限個の項が構成され得るため, DCA は一階の式では記述できなくなる. この公理は強い仮定を置いており, 例えば, すべての限量子を有限個の連言と選言で置き換えることを可能にし, 従って信念集合は基礎リテラルの命題的な結合と同値になる. 上の例では, DCA の仮定の下で Σ における P の極小限定はデフォルト理論 (D, Σ) のデフォルト拡張と同値になる.

変数以外には, 等号に関する取り扱いが異なる. 再び上の $\Sigma = \{P(a)\}$ について, 今度は

$$D' = \left\{ \frac{:\mathsf{M}\,\neg P(b)}{\neg P(b)} \right\}$$

を持つデフォルト理論 (D', Σ) について考えてみよう. この場合, デフォルト拡張は $\neg P(b)$ を含み, 従って $a \neq b$ が結論される. ところが, Σ における P の極小限定はやはり (5) である. この違いは, 対象とする領域における個体の個数が 1 である (つまり $a = b$ である) 可能性をデフォルト拡張では排除しているのに対し, 極小限定では $a \neq b$ が示されない限り $\neg P(b)$ は結論されない点に現れる. この差を埋めるために, もう一つの仮定として, **単一名仮説** (*unique-names assumption*, **UNA**) を用いる. つまり, もし基礎項が同一であることが証明できなければ, それらは等しくないと仮定される. この例では, DCA と UNA の仮定の下で Σ における P の極小限定はデフォルト理論 (D', Σ) と同じ結果を導く.

もう一つの重要な違いは, 極小限定ではすべての極小モデルで真であるようなものが導かれるのに対して, デフォルト論理では複数のデフォルト拡張がそれぞれ可能な信念の集合として求められる. これはデフォルト推論に対する姿勢の違いと考えることができ, それゆえ, デフォルト論理は軽信的 (credulous) であり, 極小限定は懐疑的 (skeptical) であるといわれることがある. このため以下の議論では, デフォルト理論のすべてのデフォルト拡張に含まれる式の集合と, 極小限定で導かれる式の集合とを比較する.

極小限定とデフォルト論理の関係について, Etherington [10] による結果をまず示す.

定理 3.2 [10] Σ を一階述語論理式の集合とし, DCA と UNA を仮定する. P を Σ 中のある述語の組とし, Z を P 以外のすべての述語の組とする. このとき, 正規デフォルト理論

$$\left(\left\{ \left. \frac{: \mathsf{M} \neg P_i(\mathbf{x})}{\neg P_i(\mathbf{x})} \right| P_i \in P \right\}, \Sigma \right) \tag{6}$$

のすべてのデフォルト拡張で成立する式の集合は, $Circum(\Sigma; P; Z)$ の帰結集合と一致する.

この定理は, ある条件の下で, ある式が極小限定の帰結であることと, その式がすべてのデフォルト拡張に含まれるということが同値であることを示す. 上のデフォルト理論 (6) は, 前提なしの正規デフォルト理論であるため, 定理 2.1で示したようにアブダクションの拡張と対応付けることができる. すなわち, アブダクションの枠組において, 極小化したい述語の具対例の否定を仮説として用いることができる. さらに, 極小限定のモデル論と定理 2.4 とを使って次を得る.

系 3.3 Σ, P, Z を定理 3.2 と同様とする. 式 F を満足する Σ の (P, Z)- 極小モデルが存在すれば, またそのときに限り, F は $(\Sigma, \{ \neg P_i(\mathbf{x}) \mid P_i \in P \})$ からの説明を持つ.

系 3.3 は説明の存在を示せばある拡張で成立することに対応しているが, 極小限定に対してはすべての拡張で成立することを示さなければならない. そのうえ, Etherington はすべての述語を可変としているが, P, Z に含まれない**固定される述語** (*fixed predicates*) の組 Q が存在するときの関係を示すことができなかった. これに対して, 以下に紹介する Gelfond ら [12] の理論では, 固定される述語の存在を許し, しかもアブダクションのトップダウン計算と結び付けられる結果になっている.

以下では, Σ を関数定数を含まず, 個体定数の数が有限であるような言語の上での一階述語論理式の集合とする. この制限によって, 後で示す計算手続きの停止性も保証される. また Σ は等号に関する公理を含むものとし, さらに上の議論と同様に DCA と UNA を仮定する. このとき UNA はすべての異なる基礎項が等しくないことを表す. これらの制限は非常に強いもので命題理論と同等になるが, データベースにおいてはしばしば用いられるものである. このクラスに属する極小限定は拡張閉世界仮説 (*Extended Closed-World Assumption*, **ECWA**) [12] とも呼ばれており, 極小限定のモデル論を直接的に利用する.

ここでは, ECWA の理論を変形してアブダクションの枠組を直接用いて表す. いま, R を述語の組とするとき, R^+ (R^-) により R のすべての正の (負の) 出現を表すことにする. このとき, アブダクションによる説明を求めるときの仮説集合 H_{circ} は, 極小化される述語の具体例の否定と固定される述語の具体例の任意のリテラルにより表すことにする:

$$H_{circ} = P^- \cup Q^+ \cup Q^- .$$

つまり直感的には, 固定される述語は正負両リテラルを極小化することで定義を変えない.

定理 3.4 [12] F を Z からの述語記号を含まない式とする. $Circum(\Sigma; P; Z) \models F$ であれば, またそのときに限り, $\neg F$ が (Σ, H_{circ}) からの説明を持たない.

定理 3.5 [12] F を 任意の式とする. $Circum(\Sigma; P; Z) \models F$ であれば, またそのときに限り, $\Sigma \models F$ であるか, ある Z からの述語記号を含まない式 K に対して $\Sigma + K \models F$ が成立し $\neg K$ は (Σ, H_{circ}) からの説明を持たない.

上の 2 番目の定理において, $K = true$ のとき $\neg K = false$ は当然説明を持たず, よって $\Sigma \models F$ の場合は落としてもよい. また, 一般性を損なうことなく, 式 K は $K = K_1 \vee \ldots \vee K_n$ と書け, 各 K_i は H_{circ} からのリテラルの連言とできることが知られている. さらに, $\Sigma + K_i$ が矛盾する場合は, $\neg K_i$ が Σ の帰結だから (Σ, H_{circ}) からの説明として $true$ を持つことがわかるため, K の選言子から落とすことができる. 従って, 各 K_i を F の (Σ, H_{circ}) からの説明とすることができ, 次の定理を得る.

定理 3.6 [22] F を 任意の式とする. $Circum(\Sigma; P; Z) \models F$ であれば, またそのときに限り, F の (Σ, H_{circ}) からの説明 $K_1, \ldots, K_n$ $(n \geq 1)$ が存在して, $\neg(K_1 \vee \ldots \vee K_n)$ が (Σ, H_{circ}) からの説明を持たない.

これに類似して, 固定される述語の組 Q がない場合の結果が [15] に示されており, Gelfond ら [12] による結果との等価性が [22] で議論されている. 定理 3.6 は F が極小限定における定理であるかどうかを調べる計算が, アブダクションの計算に還元できることを示す. つまり, アブダクションにおいては系 3.3 が示す通り, ある式が説明を持てば必ずその式が成立する拡張, つまり極小モデルが存在する. 極小限定においては, ある式がすべての拡張で成

立するかどうかを調べる必要があるが，定理3.6 ではいくつかの説明の論理和を取ることによって，これらの合成された説明がすべての極小モデルをカバーできるかどうかを，その否定が説明されないことを確認することにより行っている．このように，まず説明を生成し次に説明の組み合わせが論駁されないかどうかを求める計算は，極小限定のみならず，説明に基づく論証 (argument) システム [38] や，閉世界仮説のさまざまなバリエーション [12] の計算に用いられる．

なお McCarthy により，極小化する述語の組に極小化のための優先順位を付けた**優先順位付き極小限定** (*prioritized circumscription*) [32] が提案されているが，これは Lifschitz [29] によって可変述語付きの極小限定に変換できることが示されている．従って，Przymusinski [43] が示したように，[12] の結果を拡張すればその計算手続きが得られる．別の方法 [1] では，[38] に類似した論証システムとして表現している．逆に Brewka [3] は，Theorist の枠組を多階層に拡張することによって，デフォルト推論に優先関係を与えている．これは，

$$(\mathcal{H}_0, \mathcal{H}_1, \ldots, \mathcal{H}_n)$$

のように表され，まず $\mathcal{H}_0$ における無矛盾な極大集合を求め，次にその集合に矛盾せずに加えることができる $\mathcal{H}_1$ の極大の集合を加えるということを繰り返していくことによって，順に極大な無矛盾集合を構成していき拡張を求めるものである[5]．Brewka は優先順位付き極小限定との関係も与えているが，アブダクションにおける説明との関係付けは行われていない．

4 特徴節の生成

前の 2 つの章で述べた結果に基づいて，本章以降では実際に計算手続きを与える．本章では，アブダクションなどの計算手続きの構築のために必要となる定理証明技法について説明する．以下，公理の集合を Σ で書き表し，Σ は節集合であるとする．ここで紹介する手続きは，Σ の論理的帰結のうちある性質を満たす節集合を求めるためのものであり，アブダクションにおける説明生成よりもさらに一般的なものである．このように与えられた公理集合から定理を求める問題は一般に**結論発見問題** (*consequence-finding problem*) [28, 33, 19] と呼ばれており，次で定義される:

> 任意の Σ の論理的帰結 D に対して，D を包摂する[6]ある節 C を Σ から導くことができるか?

ある導出手続きが上の問題を解くことができるとき，その手続きは結論発見に関して完全であるという．この問題は結論をあらかじめ想定できず反駁が使えないときに考慮の対象となる．ここで導出原理は演繹的には完全でないことに注意されたい．例えば，$\Sigma = \{p,\ \neg p \vee q\}$

[5] このように式を多階層にした推論の概念は Rescher [47] による仮説推論に基づいている．

[6] 節 C が節 D を包摂する (*subsume*) とは，$C\theta \subseteq D$ となる代入 θ が存在し C が D よりもリテラルを多く含まないことをいう．

に対して, 導出原理では Σ の定理である $q \vee r$ を導くことができない. この場合定理 q が導かれ $q \vee r$ を包摂するするため, $q \vee r$ がたとえ導かれなくても問題はない. Lee [28] は導出原理が結論発見に関して完全であることを証明し, Minicozzi & Reiter [33] はある種の線形導出の完全性を示している.

われわれは以下で結論発見問題をさらに一般化し, Σ からの論理的帰結の節集合 $Th(\Sigma)$ のうち, ある問題を解くために有効で「面白い」節の集合を求める問題を扱う. これらの帰結節は表現言語の語彙の部分集合を用いて定義され, 特徴節 (*characteristic clauses*) [48, 19] と呼ばれる. 特徴節の概念は Bossu & Siegel [2] によってある種の閉世界仮説を計算するために導入された. 特徴節はその後 Siegel [48] によって命題論理において十分一般的な形で再定義され, Inoue [19, 20] により一階述語論理に拡張されている.

4.1 特徴節と新特徴節

言語中に現れるリテラルの集合を $\mathcal{L}$ で表す. 生成領域 (*production field*) を $\mathcal{P} = \langle L \rangle$ で表し, ここでは L を $\mathcal{L}$ の部分集合と定義する. 節 C のすべてのリテラルが $\mathcal{P}$ の要素であるとき, C **は** $\mathcal{P}$ **に属する**という[7]. $Th(\Sigma)$ に含まれる節集合のうち, $\mathcal{P}$ に属するすべての節の集合を $Th_{\mathcal{P}}(\Sigma)$ で表す. つまり, $Th_{\mathcal{P}}(\Sigma)$ は Σ の論理的帰結の中で $\mathcal{P}$ に属する節集合である. このとき, Σ **の** $\mathcal{P}$ **に関する特徴節** (*characteristic clauses*) の集合を

$$Carc(\Sigma, \mathcal{P}) = \mu\, Th_{\mathcal{P}}(\Sigma)$$

で定義する. ここに μT は T を節の集合とするとき, T の要素のうちそれと同値ではない他の T の要素によって包摂されないもののすべての集合を意味する. この定義から, $\mathcal{P} = \langle \mathcal{L} \rangle$ であるときには $Carc(\Sigma, \mathcal{P}) = \mu\, Th(\Sigma)$ となり, この集合が一般の結論発見問題を特徴付けている. すなわち, $Carc(\Sigma, \langle \mathcal{L} \rangle)$ に含まれる節をすべて導出できる手続きは, その定義より結論発見に関して完全である. 従って, 任意の生成領域 $\mathcal{P}$ に対する $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ を求める問題は結論発見問題の一般化となっている. また, Σ が充足不能のときは $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ はいかなる $\mathcal{P}$ に対しても空節 $\Box$ のみを含む集合となる. これは, 証明発見 (proof-finding) 問題が結論発見問題の特別な場合であることを示している.

次に, 公理の集合 Σ にある式 F が加わったときに, この式の追加が原因となって新たに導かれる定理の集合を考える. F **の** $\Sigma, \mathcal{P}$ **に関する新特徴節** (*new characteristic clauses*) の集合を特徴節集合の差分

$$Newcarc(\Sigma, F, \mathcal{P}) = Carc(\Sigma + F, \mathcal{P}) - Carc(\Sigma, \mathcal{P}) \tag{7}$$

で定義する. つまり, 節 C が F の $\Sigma, \mathcal{P}$ に関する新特徴節であるとは, C が $\Sigma + F$ の $\mathcal{P}$ に

[7] この生成領域の定義は, いくつかの条件を入れることにより拡張することができる. 例えば, 節の中のリテラルの個数が k 個以下であるという条件を入れると, $Th_{\mathcal{P}}(\Sigma)$ はそのような条件を満たす節の集合となる. 詳しくは [20] を参照されたい.

関する特徴節であり, Σ の $\mathcal{P}$ に関する特徴節ではないことをいう. この定義より, F の $\Sigma,\mathcal{P}$ に関する新特徴節 C は以下を満足することがいえる [20]:

1. $\Sigma + F \models C$,
2. $\Sigma \not\models C$,
3. C は $\mathcal{P}$ に属する,
4. C を包摂し C と同値でないいかなる節も上の3条件を満たさない.

後で述べるように特徴節や新特徴節の計算には, 付け加える節を先頭節とする順序付き線形導出を用いることができる. このために, 任意の式 F の新特徴節の計算は次のように節を入力とする新特徴節の計算に分解して行えることを示しておこう.

いま, $F = C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ を CNF 形式の式 (すなわち, 各 C_i は節) とするとき,

$$Newcarc(\Sigma, F, \mathcal{P}) = \mu\,[\,\bigcup_{i=1}^{m} Newcarc(\Sigma_i, C_i, \mathcal{P})\,]$$

が成立する. ここに $\Sigma_1 = \Sigma$, また $i = 1, \ldots, m-1$ に対して $\Sigma_{i+1} = \Sigma_i + C_i$ とする.

同様に, Σ の $\mathcal{P}$ に関する特徴節の計算も次のように段階的に構築できる:

$$\begin{aligned} Carc(\emptyset, \mathcal{P}) &= \{\, p \vee \neg p \mid p \in \mathcal{A} \text{ かつ } p \vee \neg p \text{ が } \mathcal{P} \text{ に属する} \,\}, \\ Carc(\Sigma + C, \mathcal{P}) &= \mu\,[\,Carc(\Sigma, \mathcal{P}) \cup Newcarc(\Sigma, C, \mathcal{P})\,]. \end{aligned}$$

ここで, $\mathcal{A}$ は言語中に現れる原子式の集合を表す. また, 任意のアトム p に対し, もし $\Sigma \not\models p$ および $\Sigma \not\models \neg p$ が共に成立し, かつ $p \vee \neg p$ が $\mathcal{P}$ に属するならば, $p \vee \neg p$ は $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ に含まれることに注意されたい. さらに, トートロジー $p \vee \neg p$ は定義上含まれているが, これらは Σ の増大につれて単調に減少していく. 次節で述べる新特徴節の計算では, トートロジーは演繹には決して参加しない.

4.2 新特徴節の計算手続き

公理集合 Σ, 生成領域 $\mathcal{P}$ および節 C が与えられたとき, $Newcarc(\Sigma, C, \mathcal{P})$ を計算する完全な手続きを以下で与える. このために, **順序付き線形導出** (*ordered linear resolution*) [26, 4], あるいは **Model Elimination** [30] に **Skip** と呼ばれるオペレーションを一つ追加する. 新しく Σ に付け加える節 C は演繹の先頭節 (*top clause*) として与えられる. 線形導出においては各中心節 (*center clause*) は拡張節 (*structured clause*) $\langle P, \vec{Q} \rangle$ の形式で表され, P は一般の (同じリテラルを2個以上含まない) 節を, また Q は左から右へリテラルが順序付けられた**順序付き節** (*ordered clause*) を表し, 全体として $P \vee Q$ を意味する節となる. この結果として構成される手続きを **SOL-**(*Skipping Ordered Linear*) 導出と呼ぶ. 以下に示す手続きは簡略化したものであり, より詳細な手続きは [20] を参照されたい.

節集合 Σ, 節 C, 生成領域 $\mathcal{P}$ が与えられたとき, **節 S の $\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの SOL-演繹**は拡張節の列 $D_0, D_1, \ldots, D_n$ である. ここに各 D_i $(i = 0, \ldots, n)$ は次の条件を満たす:

1. $D_0 = \langle \Box, \vec{C} \rangle$,

2. $D_n = \langle S, \Box \rangle$,

3. $D_{i+1} = \langle P_{i+1}, \vec{Q_{i+1}} \rangle$ は $D_i = \langle P_i, \vec{Q_i} \rangle$ に次のいずれかの操作を適用して得られる. ここで, l を選択規則に従って $\vec{Q_i}$ から選択されたリテラルとする.

   (a) **(Skip)** もし l が $\mathcal{P}$ に属していれば, $P_{i+1} = P_i \vee l$ とし, $\vec{Q_{i+1}}$ は $\vec{Q_i}$ より l を取り除くことにより得られる.

   (b) **(Ordered linear resolution)** $P_{i+1} = P_i\theta$ とし, $\vec{Q_{i+1}}$ は $\vec{Q_i}$ と Σ 内の節との mgu θ による**順序付き融合** (*ordered binary resolution*), あるいは $\vec{Q_i}$ の mgu θ による**縮約** (*reduction*) により得られる[8].

4. どの $D_i = \langle P_i, \vec{Q_i} \rangle$ も $P_i \vee Q_i$ がトートロジーではなく, Q_i はいかなる $j < i$ に対しても $D_j = \langle P_j, \vec{Q_j} \rangle$ における Q_j によって包摂されない.

Minicozzi & Reiter [33] が示すように, 反駁 (refutation) に関しては完全であるような, いかなる順序付き線形導出法 (例えば, Model Elimination [30] や SL-導出 [26]) も, 結論発見に関しては不完全である. 上の SOL-演繹の定義では Skip 規則以外では, 順序付き線形演繹をそのまま使っているにもかかわらず, この追加された操作により導出法が結論発見に関して完全となる. すなわち, 次の性質 [20] が成立する.

定理 4.1 (健全性) 節 S が $\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの SOL-演繹により導かれれば, S は $Th_{\mathcal{P}}(\Sigma + C)$ に含まれる.

定理 4.2 (完全性) 節 T が $Th_{\mathcal{P}}(\Sigma)$ に含まれておらず, $Th_{\mathcal{P}}(\Sigma + C)$ に含まれるならば, T を包摂する節 S の $\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの SOL-演繹が存在する.

系 4.3 $Newcarc(\Sigma, C, \mathcal{P})$ に含まれる任意の節 S に対して, S の $\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの SOL-演繹が必ず存在する.

節集合 Σ, 節 C, 生成領域 $\mathcal{P}$ が与えられたとき, $\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの**生成節集合** (*production*) を次のように定義する:

$$Prod(\Sigma, C, \mathcal{P}) = \mu \{ S \mid S \text{ は } \Sigma + C \text{ と } \mathcal{P} \text{ から SOL-演繹で得られる節} \}.$$

次の系は新特徴節が生成節集合に包含されることを示す.

---

[8] この定義は Model Elimination [30] に従っており, 順序付き融合は拡張 (*extension*) と呼ばれる操作に相当する. また簡約 (*factoring*) は [30] と同様に一般には考慮しなくても済むが, SOL-演繹の中で $D_k = \langle S_k, \Box \rangle$ の形をした拡張節においては簡約を必要とする場合がある.

系 4.4 $Newcarc(\Sigma, C, \mathcal{P}) = Prod(\Sigma, C, \mathcal{P}) - Th_{\mathcal{P}}(\Sigma)$.

この系において, $Prod(\Sigma, C, \mathcal{P})$ に含まれる節 S が $Newcarc(\Sigma, C, \mathcal{P})$ に実際に含まれることを保証するためには, S が Σ の定理であるかどうかをテストする必要がある. これに対するいくつかの方法が [20] に述べられており, その一つを紹介しよう. これは $\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの任意の SOL- 演繹の中にテストを埋め込んでしまう方法である. いま, SOL- 演繹に現れる任意の拡張節 $\langle P_i, \vec{Q}_i \rangle$ について, もし P_i が Σ の定理であればその演繹により生成される節は必ず Σ の定理である. ところが, P_i は $\mathcal{P}$ に属することが保証されているので, P_i が Σ の定理であれば, またそのときに限り, Σ の $\mathcal{P}$ に関する特徴節集合 $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ の中に P_i を包摂する節が存在する. よって SOL- 演繹の定義に次の規則を加える:

5. どの $D_i = \langle P_i, \vec{Q}_i \rangle$ も P_i が $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ のいかなる節によっても包摂されない.

この規則の使用に際しては, あらかじめ $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ が計算されていることを前提としているが, その変形も考えられる. この $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ は $Newcarc(\Sigma, C, \mathcal{P})$ の定義 (7) において差し引かれる節集合であり, Σ の一種のコンパイルに相当する. 規則 5 を考慮に入れた場合, $Prod(\Sigma, C, \mathcal{P})$ は $Newcarc(\Sigma, C, \mathcal{P})$ と一致する.

SOL- 導出が他の導出法に比べて新特徴節を生成する上で優れているのは次の理由による: まず, Σ に追加される節 C を先頭節として扱うために, 得られる生成節は C に影響されており関係のある部分のみが探索される. 従って, 生成される節が Σ からの帰結であるかどうかのテストが少なくて済む. 次に, SOL- 演繹においては選択規則によって選ばれたリテラルは $\mathcal{P}$ に属している場合だけが Skip の対象となるために, 生成される節は必ず $\mathcal{P}$ に含まれることが保証され, 得られた節集合を $\mathcal{P}$ に関してテストする必要がない. 最後に, 順序付き線形導出は最も制限が強い導出手続きの一つであるため効率がよいと考えられる.

4.3 Prime Implicates の計算

いま言語が命題論理であるとき, アトムの集合 $\mathcal{A}$ は単純に言語中に現れる命題記号の集合となる. 包摂関係も簡単になり, 節 C のすべてのリテラルが節 D に現れるときに C は D を包摂すると定義できる. 節集合 Σ の **prime implicates** [44, 46, 18] の集合は

$$PI(\Sigma) = \mu\, Th(\Sigma)$$

として定義される. この定義を用いると, Σ の $\mathcal{P}$ に関する特徴節の集合は Σ の prime implicates の集合のうち $\mathcal{P}$ に属するものの集合となる. 特に,

$$\mathcal{P} = \langle \mathcal{L} \rangle \text{ のとき, } Carc(\Sigma, \mathcal{P}) = PI(\Sigma)$$

が成り立つ.

Prime implicates の計算は前に述べた特徴節集合の段階的構成アルゴリズムを使うことにより行える. すなわち, $PI(\Sigma)$ と節 C が与えられたとき, $PI(\Sigma + C)$ は次のように計算できる [18]:

$$
\begin{aligned}
PI(\emptyset) &= \{ p \vee \neg p \mid p \in \mathcal{A} \}, \\
PI(\Sigma + C) &= \mu \left[PI(\Sigma) \cup Prod(PI(\Sigma), C, \langle \mathcal{L} \rangle) \right].
\end{aligned}
$$

この方法は Reiter & de Kleer [46] が示唆する飽和法 (saturation) に比べると, 導出の回数および包摂チェックの回数がはるかに制限されているため効率的である.

5 アブダクションと CMS/ATMS

本章では, 特徴節の概念およびその計算手続きを用いることにより, アブダクションと CMS/ATMS の定義および計算方法を与える.

5.1 アブダクションの計算

まず, 2.1 節で与えたアブダクションの問題は結論発見問題で表されることを示そう. これと同様の見方は Pople [41] によって最初に与えられた. いま, $G_1, \ldots, G_n$ を観察されている事象とし, すべてリテラルであるとする. これらすべての観察事象 $G = G_1 \wedge \ldots \wedge G_n$ を事実集合 Σ および基礎リテラルの集合である仮説集合 $H = \{H_1, \ldots, H_m\}$ から説明したい. 任意の説明を $E = E_1 \wedge \ldots \wedge E_k$ とすると定義により以下が成立する:

1. $\Sigma + (E_1 \wedge \ldots \wedge E_k) \models G_1 \wedge \ldots \wedge G_n$,
2. $\Sigma + (E_1 \wedge \ldots \wedge E_k)$ は無矛盾である,
3. 各 E_i は $H = \{H_1, \ldots, H_m\}$ の要素である.

これらの式は次で書き換えられる:

1′. $\Sigma + (\neg G_1 \vee \ldots \vee \neg G_n) \models \neg E_1 \vee \ldots \vee \neg E_k$,
2′. $\Sigma \not\models \neg E_1 \vee \ldots \vee \neg E_k$,
3′. 各 $\neg E_i$ は $\overline{H} = \{\neg H_1, \ldots, \neg H_m\}$ の要素である.

これより, 節で表される $\neg G$ を節集合 Σ に加えて帰結される節は G の (Σ, H) からの説明の否定であり, その計算を節集合上の演繹で行える. この節は 2′ により Σ の帰結であってはならず, しかも 3′ によりすべてのリテラルが $\overline{H}$ に属していなければならない. 従って, 1′–3′ により $\neg G$ の $\Sigma, \langle \overline{H} \rangle$ に関する新特徴節の集合を求めればよいことがわかる.

さて, 上の観察における G はリテラルの積に限らず任意の式でよく, H も変数を含んでいてもよい. 以下では T を節の集合とするとき, T 中の各節の否定を取ることにより形成される式の集合を

$$\overline{T} = \{ \neg C \mid C \in T \}$$

と書く. このとき上の議論と準備 2.3 とから, 以下が成り立つ.

定理 5.1 [22, 18] 事実集合を Σ, 仮説集合を H とし, 生成領域を $\mathcal{P} = \langle \overline{H} \rangle$ とおく. 式 G の (Σ, H) からのすべての極小説明の集合は次式に等しい:

$$\overline{Newcarc(\Sigma, \neg G, \mathcal{P})}.$$

また, G が含まれる (Σ, H) の拡張が存在することと,

$$Newcarc(\Sigma, \neg G, \mathcal{P}) \neq \emptyset,$$

が成立することは同値である.

説明の計算において SOL- 導出を用いれば, 新特徴節の発見に関する完全性によって説明の完全性が保証される. これまで順序付き線形導出を用いたアブダクションの手続きがいくつか提案されてきたが, 説明の完全性の結果は与えられていなかった[9]. 説明の完全性は, 例えば次章で示される極小限定の計算において必要になる.

例 5.2

$$\begin{aligned} \Sigma = \{ \; & \neg A \vee \neg B \vee G, \\ & \neg X \vee \neg B \vee A, \\ & \neg Y \vee B \vee G, \\ & C \vee \neg Y \vee Z \quad \}. \\ H = \{ & X, Y, Z \}, \end{aligned}$$

のときに G の (Σ, H) からの極小の説明を求めてみよう. 以下に $\Sigma + \neg G$ と $\mathcal{P} = \langle \overline{H} \rangle$ からの SOL- 演繹を示す. ここで, 下線付きのリテラルは次のステップで選択されるリテラルを示し, **枠付きリテラル** (*framed literal*) は **A リテラル**とも呼ばれ融合済みのリテラルを示す[10].

$$\begin{array}{rll} \langle \, \square, & \underline{\neg G} \, \rangle, & \text{先頭節} \\ \langle \, \square, & \underline{\neg A} \vee \neg B \vee \boxed{\neg G} \, \rangle, & \text{第 1 の節との順序付き融合} \\ \langle \, \square, & \underline{\neg X} \vee \neg B \vee \boxed{\neg A} \vee \neg B \vee \boxed{\neg G} \, \rangle, & \text{第 2 の節との順序付き融合} \\ \langle \, \neg X, & \underline{\neg B} \vee \boxed{\neg A} \vee \neg B \vee \boxed{\neg G} \, \rangle, & \text{Skip} \\ \langle \, \neg X, & \boxed{\neg \cancel{A}} \vee \underline{\neg B} \vee \boxed{\neg G} \, \rangle, & \text{併合と切断} \\ \langle \, \neg X, & \underline{\neg Y} \vee G \vee \boxed{\neg B} \vee \boxed{\neg G} \, \rangle, & \text{第 3 の節との順序付き融合} \\ \langle \, \neg X \vee \neg Y, & \underline{G} \vee \boxed{\neg B} \vee \boxed{\neg G} \, \rangle, & \text{Skip} \\ \langle \, \neg X \vee \neg Y, & \boxed{\neg \cancel{B}} \vee \boxed{\neg \cancel{G}} \, \rangle. & \text{縮約と 2 つの切断} \end{array}$$

この場合, $Carc(\Sigma, \mathcal{P}) = \emptyset$ であるから, $X \wedge Y$ は G の (Σ, H) からの極小説明である.

[9] Cox & Pietrzykowski [5] によるアブダクションの手続きでは, リテラルを仮定する場合はそれに対して順序付き融合が不可能な場合に限定されている. 従って, 説明の完全性は成立しない. これに対して SOL- 演繹では, Skip 規則と順序付き融合とがどちらも適用可能な場合は非決定的に選択される. SOL- 演繹において融合を優先させる変形を SOL-R 演繹 [20] という. SOL-R 演繹と [41, 5] との比較については [20] を参照されたい.

[10] 併合 (*merge*) あるいは簡約をこの例では含めているが, 前の注の通り無くてもよい. また, 先行する枠無しリテラル (**B リテラル**) を持たない A リテラルを消去する操作を切断 (*truncation*) という.

5.2 CMS/ATMS

Reiter & de Kleer [46] が示すように，**ATMS** [6] の一つの重要な機能は各命題の極小説明の集合を求めることである．つまり，ATMS は仮説集合を命題のある部分集合に限定し事実集合を命題 Horn 節集合としたときのアブダクションとみなすことができる [18]．ATMS において仮説集合をすべてのリテラル集合 $\mathcal{L}$ とし，命題非 Horn 節集合に拡張したシステムは **CMS** (*Clause Management System*) [46] と呼ばれる．本来 CMS では特に命題集合を区別しないが，リテラルのある部分集合を ATMS のように仮説として区別するシステムをここでは **CMS/ATMS** と呼ぶことにする．

CMS/ATMS のタスクは命題節集合 Σ，仮説集合 $A \subseteq \mathcal{L}$，およびある命題式 F が与えられたときに，次で定義される F の**支持** (*support*) を求めることである:

節 S が (a) $\Sigma \models S \vee F$, (b) $\Sigma \not\models S$，および (c) S のすべてのリテラルは $\overline{A}$ の要素である，を満たすときに，S を **F の Σ, A に関する支持**と呼ぶ．また，F の支持 S が極小であるとは，S を包摂する他の支持が存在しないことをいう．F の Σ, A に関するすべての極小の支持を $MS(\Sigma, F, A)$ で表す．

定義から容易にわかるように，F の Σ, A に関する (極小の) 支持の否定は F の (Σ, A) からの (極小) 説明と一致する．ATMS [6] では極小説明の集合は**ラベル** (*label*) と呼ばれ，

$$L(F, A, \Sigma) = \overline{MS(\Sigma, F, A)},$$

で定義される．よって定理 5.1 から，生成領域を $\mathcal{P} = \langle \overline{A} \rangle$ と設定することにより，

$$MS(\Sigma, F, A) = Newcarc(\Sigma, \neg F, \mathcal{P})$$

が得られる．また ATMS においては A のいくつかの要素の連言 E に対して $\Sigma + E$ が矛盾するとき，E を **nogood** であるという．Nogood である E は $\Sigma \models \neg E$ を満たすため，すべての極小の nogoods の集合は $\mathcal{P} = \langle \overline{A} \rangle$ に対して

$$NG(A, \Sigma) = \overline{Carc(\Sigma, \mathcal{P})}$$

と書ける．$NG(A, \Sigma)$ はラベル計算において SOL- 導出における規則 5 と同様の働きをする．また，新特徴節の計算手続きを有効に利用した ATMS のラベル計算およびラベル更新に関するさまざまな方法は [18] を参照されたい．

ところで，ATMS のラベル計算アルゴリズム [6] は Σ が Horn 節集合のときは完全であるが，非 Horn 節集合に対して適用した場合には完全性は失われる．これに対して，われわれの新特徴節の計算を用いれば，非 Horn 節に対する CMS/ATMS の支持に関するすべての計算を線形導出により統一的に計算でき，しかもその完全性を保証することができる．さらに，CMS の効率的な計算方法はこれまで具体的に述べられていなかったが，前述の prime implicates の計算と同様に，導出アルゴリズムの中では最も広く使われかつ効率的であるとされる順序付き線形導出を用いた計算が可能となる．

6 極小限定定理証明器

本章では，極小限定に対する特徴節を与え，3.2 節で与えたアブダクションとの関係を利用した極小限定の計算手続きについて説明する．

ところで，極小限定は 2 階論理式で表現されるため一般には計算不可能である．近年になって極小限定を計算する方法についての研究が盛んになってきたが，これらはいずれも扱う論理式のクラスを制限しており，古典論理に基づくシステムに変換しその上で計算させる方法，もしくはある論理式が与えられた公理系の極小限定で成立するかどうかをモデル論を使って直接判定する定理証明器による方法のいずれかに属する．

前者では，公理が分離可能 (separable) と呼ばれるクラスに属するときに極小限定と同値である一階述語論理式へ変換する方法 [29] があるが，分離可能なクラスは狭いため，実用化には問題がある．さらに，変換された式は一般に非常に複雑な論理式となる．

後者では，DCA と UNA を仮定し，さらに計算可能なクラスに限定する．前にも述べたように，このクラスに属する極小限定は実際には ECWA [12] である．以下ではこの後者のアプローチに焦点を当てて，アブダクションによる極小限定の計算方法を示す．

6.1 極小限定定理証明に関する考察

極小限定定理証明器では，定理 3.4 および 3.6 で与えられた極小限定とアブダクションとの関係を利用する．すなわち，質問を成立させるのに十分な仮定式のなかに，Σ のすべての極小モデルで成立するものが存在するか否かを計算する．ここでの仮説集合は P を極小化される述語の組，Q を固定される述語の組，Z を可変述語の組としたときに，$H_{circ} = P^- \cup Q^+ \cup Q^-$ により表すことができる．この質問応答システムの例としては，**MILO 導出**と呼ばれる一種の SOL- 導出を用いる方法 [43] や，CMS/ATMS を用いる方法 [15] などがある．Inoue & Helft [22] は，[43] および [15] による 2 つの計算方法を比較し，特徴節集合を用いて表現し SOL- 導出を用いることで同様の計算が行え，かつ効率化も可能であることを示した．これを新特徴節を使って表すと以下のようになる．

定理 6.1 [22] 生成領域を $\mathcal{P} = \langle P^+ \cup Q^+ \cup Q^- \rangle$ とおく．
(1) F を Z からの述語記号を含まない式とする．$Circum(\Sigma; P; Z) \models F$ であれば，またそのときに限り，$Newcarc(\Sigma, F, \mathcal{P}) = \emptyset$ である．
(2) F を任意の式とする．$Circum(\Sigma; P; Z) \models F$ であれば，またそのときに限り，式 K が存在して，(a) K は $Newcarc(\Sigma, \neg F, \mathcal{P})$ に含まれるいくつかの節の論理積であり，かつ (b) $Newcarc(\Sigma, \neg K, \mathcal{P}) = \emptyset$ を満足する．

例 6.2 例 3.1 における Σ について考察してみよう．Σ を以下のように節形式で表す:

$$
\begin{aligned}
&\neg Bird(x) \lor Ab(x) \lor Flies(x), \\
&\neg Penguin(x) \lor Bird(x), \\
&\neg Penguin(x) \lor \neg Flies(x).
\end{aligned}
$$

この例において，生成領域は

$$\mathcal{P} = \langle\, P^+ \cup Q^+ \cup Q^- \,\rangle = \langle\, \{Ab\}^+ \cup \{Bird, Penguin\}^+ \cup \{Bird, Penguin\}^- \,\rangle$$

で与えられる．ここで，Σ の特徴節は次のようになる:

$$\begin{aligned} Carc(\Sigma, \mathcal{P}) = \{ \;\; & \neg Penguin(x) \vee Bird(x)\,, \\ & \neg Penguin(x) \vee Ab(x) \qquad \}\,. \end{aligned}$$

さて，第1の質問 F_1 は「鳥は飛ぶことができるか?」というものである:

$$F_1 = (\, Bird(Tweety) \supset Flies(Tweety)\,)\,.$$

$\neg F_1 = (\, Bird(Tweety) \wedge \neg Flies(Tweety)\,)$ を Σ に加えることにより，

$$Newcarc(\Sigma, \neg F_1, \mathcal{P}) = \{\, Bird(Tweety),\ Ab(Tweety)\,\}.$$

これら2つの新特徴節の論理積の否定 $\neg Bird(Tweety) \vee \neg Ab(Tweety)$ を Σ に加えることにより，新特徴節として

$$\neg Bird(Tweety) \vee \neg Penguin(Tweety)\,,$$

を得るため，$Circum(\Sigma; P; Z) \not\models F_1$ が結論される．
第2の質問は「鳥であってペンギンでなければ飛ぶことができるか?」というものである:

$$F_2 = (\, Bird(Sam) \wedge \neg Penguin(Sam) \supset Flies(Sam)\,)\,.$$

この否定を Σ に加えると，

$$Newcarc(\Sigma, \neg F_2, \mathcal{P}) = \{\, Bird(Sam),\ \neg Penguin(Sam),\ Ab(Sam)\,\}.$$

これら3つの新特徴節の論理積の否定を Σ に加えてももはや新特徴節は生成されないため，$Circum(\Sigma; P; Z) \models F_2$ が導かれる．

ところで，アブダクションを用いた極小限定の計算においては，極小の説明を実際に求める必要がないことが知られている [22]. これを SOL- 導出の変形を用いて示そう．前にも述べたように SOL- 演繹では Skip 規則と順序付き融合がともに適用可能なときに非決定性を持っており，この性質により新特徴節の発見に関して完全性を保証できた．しかし Skip を順序付き融合に優先させて適用すると不完全になる．このように変形した SOL- 演繹を **SOL-S 演繹** [20] と呼ぶ．SOL-S 演繹と SOL- 演繹との関係は次の定理で与えられる．

定理 6.3 [20] 節 T が $\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの SOL- 演繹により導かれるならば，$\Sigma + C$ と $\mathcal{P}$ からの SOL-S 演繹により導かれる節の集合 Δ が存在して $\Sigma \cup \Delta \models T$ を満足する．

上の定理から, $\Sigma+C$ と $\mathcal{P}$ からの生成節集合を求める際に, SOL-S 演繹の方が SOL- 演繹よりも探索空間が狭いにもかかわらず, 得られる生成節の集合は Σ に関して同一のモデル集合を持つことが導かれる. 従って, 定理 3.6 における F の (Σ, H_{circ}) からの説明 $K_1, \ldots, K_n$ においては, それらを SOL-S 演繹を用いて計算することができる[11].

系 6.4 $\mathcal{P} = \langle P^+ \cup Q^+ \cup Q^- \rangle$ とし, F を任意の式とする. $Circum(\Sigma; P; Z) \models F$ であれば, またそのときに限り, CNF 形式の式 $K = K_1 \wedge \ldots \wedge K_n$ が存在して, (a) 各 K_i は $\Sigma + \neg F$ と $\mathcal{P}$ からの SOL-S 演繹により導かれ, かつ (b) $\neg K$ の $\Sigma, \mathcal{P}$ に関する新特徴節は存在しない.

6.2 極小限定における質問応答

Helft, Inoue & Poole [16] は現存の極小限定定理証明器 [43, 15] が Yes/No を答えることしかできない, つまり与えられた質問が存在限量された変数を含むときにその値を返すことができない, ことを指摘し, 答を抽出できかつ計算の効率を上げる方法を提案した.

定理 3.6 においては, F の (Σ, H_{circ}) からの説明 $K_1, \ldots, K_n$ $(n \geq 1)$ を求め, これらの説明の論理和がすべての極小モデルをカバーするかどうかをテストしていた. ところが実際にそのような説明の組み合わせを求めることに関しては, [43, 15] ともに計算されるすべての説明を求めることで対処している. これは次の事実に基づく: 事実集合 Σ と仮説集合 H が与えられたときに, 式 G のすべての (極小) 説明を $E_1, \ldots, E_m$ としたときに, これらの論理和 $\mathcal{E} = \bigvee_{i=1}^{m} E_i$ は

$$\begin{array}{ll} (a) & \Sigma + \bigvee_{i=1}^{m} E_i \models G\,, \\ (b) & \Sigma + \bigvee_{i=1}^{m} E_i \text{ は無矛盾である}\,, \end{array}$$

を満足するため, H から構成される式で G を説明する最も弱いものである. 従って, もし $\mathcal{E}$ の部分和がすべての極小モデルをカバーできれば $\mathcal{E}$ も当然カバーできる. それゆえ実際に極小の論理和を求めることなく, すべての説明の論理和を取ることによって計算が行える.

しかしながら, この方法は極小限定を計画問題や常識推論で使う場合には限界がある. そこで, すべての拡張をカバーできる説明の極小の論理和を求める必要がある. このために Σ の特徴節集合を有効に用いた計算方法が提案されている. 極小限定では $Carc(\Sigma, \mathcal{P})$ の各節はその中のすべてのリテラルがある極小モデルと対応するような一つの制約式として機能する. 言い換えれば, 特徴節は極小モデルの集合を分割する. ある合成された説明がすべての極小モデルをカバーするためには, それがすべての特徴節をカバーできるかを調べればよい. この手続きの詳細は [16] を参照されたい. この研究の本質は極小限定定理証明に限らず, アブダクションを利用して問題解決を行うすべての AI システム, 特に非単調推論システムにおいて重要となる「説明の組み合わせ問題」を解くことにある.

---

[11] Przymusinski [43] の MILO 導出も SOL-S 演繹の一種である. ただし, MILO 導出では Model Elimination ではなく Chang & Lee の OL- 導出 [4] をベースにしているため, 一階述語論理において生成節集合に関する完全性が成立しない. OL- 導出の定義の誤りに関しては [20] を参照されたい.

図1 にこれまで述べてきた各種の定理証明システムの全体構成の概略を示す. この枠組は十分一般的なものであり, 結論発見型システムが計算の核となっている. この枠組を使って別の面白い応用が見出せるかもしれない.

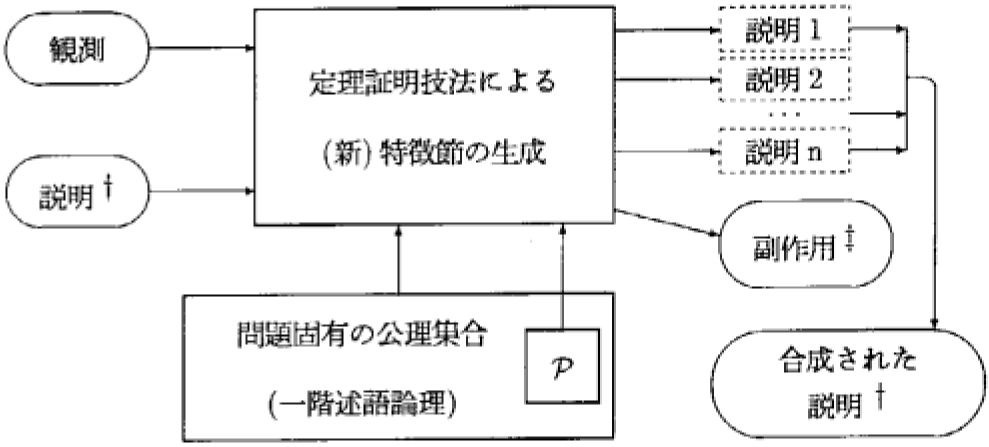

図 1: 結論発見型システムの構成

図1 において, 問題固有の公理集合が与えられているときに, ある観測が入力されると, その観測を操作する (例えば, 否定を取る) ことを行った後に, 結論発見型システムは新たに導かれる定理で生成領域 $\mathcal{P}$ に属するものだけを計算し出力していく. 例えばアブダクションにおいては, 出力される定理は (観測の) 説明 (の否定) である. これらの説明は必要であれば適当な戦略を用いて組み合わされ, より弱い説明 (†) を合成する. 例えば極小限定においては, この合成された説明を再び (否定を取るなどの操作を行った後に) 結論発見型システムに入力しそれが副作用 (‡) を生じるかをテストする. プラン認識などの問題では説明は否定を取らずに入力し, 副作用は仮説から新たに導かれる定理を意味し, 前回とは異なる生成領域を使って計算される場合がある. また最終的に生成される定理集合のみを求めればよい場合には, 途中で生成される新特徴節が何であるかを認識する必要はない. 意図しない副作用が導かれなければ, 合成された説明はその問題において受諾される.

7 アブダクションと論理プログラミング

本稿のこれまでの章ではすべて, アブダクションとして事実集合 Σ, 仮説集合 $\mathcal{H}$ ともに一階述語論理で表されるもののみを対象にしてきた. また, 扱った非単調推論も極小限定のように公理集合 Σ は一階述語論理で表すことができた.

そこで本節では, 次の 2 つの拡張に対する最近の研究動向についてごく簡単に述べる:

1. 一階述語論理では表現できない非単調論理をアブダクションの枠組で計算する.

2. アブダクションの枠組自体を一階述語論理以外の言語で表現する．

まず第1の拡張に関しては，論理プログラミングと関連して最近興味深い研究が数多く出ている．Eshgi & Kowalski [9] は**一般論理プログラム** (*general logic programs*) における **negation as failure** の評価を行うためにアブダクションの枠組と *demo* 述語を使っている．ここでは一般論理プログラムの意味論として，**安定モデル** (*stable model*) 意味論 [13] が用いられている．この安定モデル意味論は自己認識論理 (*autoepistemic logic*) [34] との対応が付いており，さらに非正規デフォルト理論におけるデフォルト拡張との対応関係 [14] もある．その意味でも一般論理プログラムは非単調様相論理 (*nonmonotonic modal logics*) の一形式であるといえる．ところが，2.2 節で述べたように，非正規デフォルト理論に対して健全なトップダウン手続きは望むことができず，従って [9] で提案されたトップダウン手続きも健全ではない．ただし，[8] では [9] のトップダウン手続きがある意味で正しいことを，安定モデル意味論を弱めることによって示している．

また，Junker & Konolige [24] は自己認識論理とデフォルト論理を **TMS** [7] を用いてボトムアップにモデルを計算する方法を与えている．TMS の意味論は一般論理プログラムの安定モデル意味論と一致することが知られているため，[24] の提案はこれら非単調様相論理の一般論理プログラムへの変換と見ることもできる．ここで問題となるのは非 Horn 節の TMS ルールへの変換であるが，そこで提案されている手法はまさしく図1 に示した結論発見型プログラムに基づくものであり，各リテラルが依存する前提の集合をすべて計算する．

次に第2の拡張に関しては，やはり論理プログラミングの分野を中心にいくつかの提案が行われている．Kakas & Mancarella [25] は一般論理プログラムに仮定可能なアトム集合を導入したアブダクションの枠組を提案している．この場合事実集合 Σ は一般論理プログラムであり一階述語論理では表せないが，[9] の枠組を拡張することで一階述語論理上のアブダクションで表せる．ただしトップダウン手続きを用いると健全性は保証されない．そのうえこの枠組では，アブダクションにおいて説明の存在と拡張における成立とを関係付ける重要な性質であった準備 2.3 が成立しないため，[37] のようにデフォルト推論に使うことはできない．また Inoue [21] は，negation as failure 以外に論理否定 (classical negation) も許した**拡張論理プログラム** (*extended logic programs*) [14] を，事実集合 Σ と仮説集合 $\mathcal{H}$ の両方に用いたアブダクションの枠組を提案している．このアブダクションの枠組を単一の拡張論理プログラムに変換できることも示されており，最終的に一般論理プログラムで計算できる．また，様相論理 **T** 上のアブダクションの枠組が Siegel & Schwind [49] により提案されており，非正規デフォルト理論との関係も与えられている．このように非単調様相論理を計算する研究は現在盛んに行われているが，説明生成のためのトップダウン計算が使える範囲は限られている．従って，トップダウンで局所的に計算できるクラスを見極めて使うか，あるいは何らかのボトムアップ計算を導入する必要があるだろう．

8 おわりに

本稿ではアブダクションと非単調推論との関係を論じてきた．以下にまとめる:

1. 好むと好まざるとにかかわらず，アブダクションにおける推論は非単調である．
2. アブダクションはデフォルト論理の最も簡潔なクラスによって定式化できる．しかしこのクラスは実現上最も有用なクラスでもある．
3. アブダクションは結論発見問題で表され，従って演繹を用いて計算できる．しかしアブダクションが非演繹的推論であることに変わりはない．
4. いくつかの非単調論理がアブダクションを用いて計算できる．
5. 以上により次のことがいえる: アブダクションは非演繹的推論を演繹推論で計算するための橋渡しをする有効な手段である．

謝辞

本稿の執筆にあたり，議論いただいた ICOT の有馬 淳，佐藤 健 両氏に感謝します．

参考文献

[1] A.B. Baker and M.L. Ginsberg, A theorem prover for prioritized circumscription, in: *Proceedings of IJCAI-89*, Detroit, MI (1989) 463–467.

[2] G. Bossu and P. Siegel, Saturation, nonmonotonic reasoning, and the closed-world assumption, *Artificial Intelligence* **25** (1985) 23–67.

[3] G. Brewka, Preferred subtheories: an extended logical framework for default reasoning, in: *Proceedings of IJCAI-89*, Detroit, MI (1989) 1043–1048.

[4] C.L. Chang and R.C.T. Lee, *Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving* (Academic Press, New York, 1973).

[5] P.T. Cox and T. Pietrzykowski, Causes for events: their computation and applications, in: *Proceedings of the Eighth International Conference on Automated Deduction* (Oxford, England, July 1986), Lecture Notes in Computer Science **230**, Springer-Verlag (1986) 608–621.

[6] J. de Kleer, An assumption-based TMS, *Artificial Intelligence* **28** (1986) 127–162.

[7] J. Doyle, A truth maintenance system, *Artificial Intelligence* **12** (1979) 231–272.

[8] P.M. Dung, Negation as hypotheses: an abductive foundation for logic programming, in: *Proceedings of the Eighth International Conference on Logic Programming*, Paris, France (1991) 3–17.

[9] K. Eshghi and R.A. Kowalski, Abduction compared with negation by failure, in: *Proceedings of the Sixth International Conference on Logic Programming*, Lisbon, Portugal (1989) 234–254.

[10] D.W. Etherington, Relating default logic and circumscription, in: *Proceedings of IJCAI-87*, Milan, Italy (1987) 489–494.

[11] J.J. Finger, Exploiting constraints in design synthesis, Technical Report STAN-CS-88-1204, Department of Computer Science, Stanford University, Stanford, CA, April 1987.

[12] M. Gelfond, H. Przymusinska and T. Przymusinski, On the relationship between circumscription and negation as failure, *Artificial Intelligence* **38** (1989) 75–94.

[13] M. Gelfond and V. Lifschitz, The stable model semantics for logic programming, in: *Proceedings of the Fifth International Conference and Symposium on Logic Programming*, Seattle, WA (1988) 1070–1080.

[14] M. Gelfond and V. Lifschitz, Logic programs with classical negation, in: *Proceedings of the Seventh International Conference on Logic Programming*, Jerusalem, Israel (1990) 579–597.

[15] M.L. Ginsberg, A circumscriptive theorem prover, *Artificial Intelligence* **39** (1989) 209–230.

[16] N. Helft, K. Inoue and D. Poole, Query answering in circumscription, in: *Proceedings of IJCAI-91*, Sydney, Australia (1991) 426–431.

[17] 井上克巳, アブダクションと常識推論, ICOT Technical Memorandum TM-808, ICOT, Tokyo, September 1989.

[18] K. Inoue, An abductive procedure for the CMS/ATMS, in: J.P. Martins and M. Reinfrank (eds.), *Truth Maintenance Systems, Proceedings of ECAI-90 Workshop* (Stockholm, Sweden, August 1990), Lecture Notes in Artificial Intelligence **515**, Springer-Verlag (1991) 34–53.

[19] K. Inoue, Consequence-finding based on ordered linear resolution, in: *Proceedings of IJCAI-91*, Sydney, Australia (1991) 158–164.

[20] K. Inoue, Linear resolution for consequence-finding, ICOT Technical Report TR-683, ICOT, Tokyo, July 1991.

[21] K. Inoue, Extended logic programs with default assumptions, in: *Proceedings of the Eighth International Conference on Logic Programming*, Paris, France (1991) 490–504.

[22] K. Inoue and N. Helft, On theorem provers for circumscription, in: *Proceedings of the Eighth Biennial Conference of the Canadian Society for Computational Studies of Intelligence*, Ottawa, Ontario (1990) 212–219; also a revised version appeared in: *Proceedings of Logic Programming Conference '90*, Tokyo (1990) 115–123.

[23] 石塚 満, 不完全な知識の操作による次世代知識ベースへのアプローチ, 人工知能学会誌 **3** (5) (1988) 552–562.

[24] U. Junker and K. Konolige, Computing the extensions of autoepistemic and default logics with a truth maintenance system, in: *Proceedings of AAAI-90*, Boston, MA (1990) 278–283.

[25] A.C. Kakas and P. Mancarella, Generalized stable models: a semantics for abduction, in: *Proceedings of the Ninth Europian Conference on Artificial Intelligence*, Stockholm, Sweden (1990) 385–391.

[26] R.A. Kowalski and D.G. Kuhner, Linear resolution with selection function, *Artificial Intelligence* **2** (1971) 227–260.

[27] 國藤 進, 仮説推論, 人工知能学会誌 **2** (1) (1987) 22–29.

[28] R.C.T. Lee, A completeness theorem and computer program for finding theorems derivable from given axioms, Ph.D. thesis, Department of Electrical Engineering and Computer Science, University of California, Berkeley, CA, 1967.

[29] V. Lifschitz, Computing circumscription, in: *Proceedings of IJCAI-85*, Los Angeles, CA (1985) 121–127.

[30] D. Loveland, *Automated Theorem Proving: A Logical Basis*, (North-Holland, Amsterdam, 1978).

[31] J. McCarthy, Circumscription—a form of non-monotonic reasoning, *Artificial Intelligence* **13** (1980) 27–39.

[32] J. McCarthy, Applications of circumscription to formalizing common-sense knowledge, *Artificial Intelligence* **28** (1986) 89–116.

[33] E. Minicozzi and R. Reiter, A note on linear resolution strategies in consequence-finding, *Artificial Intelligence* **3** (1972) 175–180.

[34] R.C. Moore, Semantical considerations on nonmonotonic logic, *Artificial Intelligence* **25** (1985) 75–94.

[35] Y. Ohta and K. Inoue, A forward-chaining hypothetical reasoner based on upside-down meta-interpretation, presented at: *The First German-Japanese Workshop on Deduction*, GMD, Schloß Birlinghofen, Germany, October 1991.

[36] C.S. Peirce, *Elements of Logic*, in: C. Hartshorne and P. Weiss (eds.), *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*, Volume 2 (Harvard University Press, Cambridge, MA, 1932).

[37] D. Poole, A logical framework for default reasoning, *Artificial Intelligence* **36** (1988) 27–47.

[38] D. Poole, Explanation and prediction: an architecture for default and abductive reasoning, *Computational Intelligence* **5** (1989) 97–110.

[39] D. Poole, Dialectics and specificity: conditioning in logic-based hypothetical reasoning (preliminary report), in: *Proceedings of the Eighth Biennial Conference of the Canadian Society for Computational Studies of Intelligence*, Ottawa, Ontario (1990) 69–76.

[40] D. Poole, R. Goebel and R. Aleliunas, Theorist: a logical reasoning system for defaults and diagnosis, in: N. Cercone and G. McCalla (eds.), *The Knowledge Frontier: Essays in the Representation of Knowledge*, Springer-Verlag, New York (1987) 331–352.

[41] H.E. Pople, Jr., On the mechanization of abductive logic, in: *Proceedings of IJCAI-73*, Stanford, CA (1973) 147–152.

[42] K.R. Popper, *The Logic of Scientific Discovery* (Basic Book Inc., New York, 1959).

[43] T.C. Przymusinski, An algorithm to compute circumscription, *Artificial Intelligence* **38** (1989) 49–73.

[44] W.V.O. Quine, The problem of simplifying truth functions, *Am. Math. Monthly* **59** (1952) 521–531.

[45] R. Reiter, A logic for default reasoning, *Artificial Intelligence* **13** (1980) 81–132.

[46] R. Reiter and J. de Kleer, Foundations of assumption-based truth maintenance systems: preliminary report, in: *Proceedings of AAAI-87*, Seattle, WA (1987) 183–188.

[47] N. Rescher, *Hypothetical Reasoning* (North-Holland, Amsterdam, 1964).

[48] P. Siegel, Représentation et utilisation de la connaissance en calcul propositionnel, Thèse d'État, Université d'Aix-Marseille II, Luminy, France, 1987 (in French).

[49] P. Siegel and C. Schwind, Hypothesis theory for nonmonotonic reasoning, in: *Proceedings of the Workshop on Nonstandard Queries and Nonstandard Answers*, Toulouse, France (1991) 189–210.