

TR-651

類推の関連性に関する論理的分析

有馬 淳

May, 1991

© 1991, ICOT

**ICOT**

Mita Kokusai Bldg. 21F  
4-28 Mita 1-Chome  
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03)3456-3191 ~ 5  
Telex ICOT J32964

---

**Institute for New Generation Computer Technology**

# 類推の関連性に関する論理的分析

## A Logical Analysis of Relevancy in Analogy

有馬 淳

Jun ARIMA

財) 新世代コンピュータ技術開発機構

I C O T

**概要:** 2つの事柄がある共通の性質(S:類似性)を有している時、一方(B:ベース)の持つ性質(P:投射性)を他方(T:ターゲット)も持つと推定する類推について考察する。本研究では類推の論理的な分析を行ない、その結果に基づき、与えられた公理AのもとでT,B,S,Pが満たすべき例証の基準と呼ぶ論理の関係が示される。ここで例証の基準は以下の2つの前提から得られる:“類推はベースが満たす何らかの性質をターゲットに対し投射することによってその推論が行なわれる本質的に非演繹的な推論である”、“ターゲットは特殊な個体ではない”。類推研究では、1)“あるターゲットに対し何をベースとするか”2)“どの性質をもって類似性というか”3)“ある類似性に対してどのような性質が投射されるか”が長い間、本質的な問いであり続けている。例証の基準は、これら1), 2), 3)の問題に対する一つの解答になっており、類推研究の一つの一般的な足掛りとなることが期待される。また、従来研究のいくつかが実際にこの基準を満たしていることが記されるとともに、従来全く独立に研究されてきた仮説推論、アブダクション、EBGとも強い関係があり、類推とこれらの間の比較が簡単に行われる。

### 1 はじめに

2つの事柄がある共通の性質(S:類似性)を有している時、一方(B:ベース)の持つ性質(P:投射性)を他方(T:ターゲット)も持つと推定する類推について考察する。このような推論は次のスキーマを使って表せると考えるかもしれない。

$$\frac{S(B) \wedge P(B)}{P(T)} \quad (1)$$

しかしながら、上記のスキーマは類推の表現としては不十分である。T,Bに対して任意の個体、S,Pに対して任意の性質(述語)が許されているわけではなく、これら類推の基本要素T,B,S,Pはある類推特有の関連性を満たすものに限定されている。類推研究では、

- 1) “あるターゲットに対し何をベースとするか”
- 2) “共通した性質のうちどの性質が類推に關与する性質(類似性)か”
- 3) “ある類似性に対してどのような性質が投射されるか”

が長い間本質的な問いであり続けている。これらの問いはすべて上記スキーマの不十分さを示唆しており、この関連性を明らかにすることはこれらの問いに答えることに他ならない。

しかし残念なことに、これまでのほとんどすべての研究は、関連性という相対的な制限を与えるよりはむしろ、各要素に個別の制限を与えて独立にこれらの問題に答えていくように見える。あるターゲットに対しベースが与えられると仮定したり、投射される性質と類似性の関係

を明らかにしないまま適用領域を限定し類推に關与する性質を制限することで問題を回避しようとしたたり、投射される性質と無関係に類似性を定義している[11, 4, 5]。例えば、Gentnerは高階の構造のみが類推に關与するとした。また、Winstonのプログラムではフレーム内の対応する属性値が等しい属性の個数に依存した類似度を採用している。これらは投射性とは独立して先見的に類似性が決められることを意味する。

このような個別的な議論で、一般的な類推の本質を解明できるとは思えない。何が問題となっているか、すなわち、何を投射しようとするかで、何が類似するかが変わることは直感的にも明らかであるし、これを支持する心理学的実験が報告されている[9]。例えば、高所のものを取ろうとしたたり、押し花を作ろうとする際には、本と石は類似するし、暇を潰したい時には類似するものにはならないだろう。2つのものを与えた時点で、個別的な手法では類似度、類似性が決まってしまう。文脈、解く問題に応じて類似性が変化することを説明することができない[3]。さまざまな問題、投射したい性質は内因性のものというよりは外因性のものであるから、先見的に決まった類似性を決めることは、システムに与えられる問題があらかじめ規定されない限り不可能である。

本研究では以下の“適切な”2つの前提のもとで、類推の論理的な分析を行ない、与えられた公理AのもとでT,B,S,Pが満たすべき類推の関連性を明らかにする。

[前提1.] “類推はベースが満たす何らかの性質をターゲットに対し投射することによってその推論が行なわれる”

[前提2.] “ターゲットは特殊な個体ではない”

類推は“ $B$  と  $T$  は似ている”といった説明がなされるため、とかく非形式的な情報、論理で表現しにくいなんらかの情報に基づいていると一般には考えられがちである。形式的議論によりここで得られた条件は、形式的議論だけでどこまで類推が捕らえうるかを示す一例となるだろう。

## 2 類推の論理的分析と例証的基準

類推をできる限り形式的な議論だけで分析し、類似性と投射性、ターゲットとベース、および、公理が満たすべき正当で形式的な関連性を得ることが本節の目標である。まず、本論文で使用する用語を定義する。

ここでは通常の一階言語、およびそれに対する2引数メタ述語、 $\vdash$  (証明可能性を表す)を使う。 $n$ -引数述語  $I'$  は一般に  $\lambda x Q$  で表される。ここで、 $x$  は  $n$  組の個体変数であり、 $Q$  は、 $x$  に含まれない変数は自由に現れない論理式である。特に、 $I'$  が  $n$ -引数以下のどんな述語とも(意味的に)等価にならない場合、述語  $I'$  は引数において非冗長であると言うことにする<sup>1</sup>。また、 $I$  が  $n$  組の項である時、 $I'(I)$  は  $Q$  における  $x$  の要素のそれぞれの現れに同時に対応する  $I$  の要素を代入した結果を表すものとする。また、閉じた全称論理式(冠頭標準形ですべての変数が全称束縛されている論理式)をここでは“知識”と呼び、文脈に応じて節の論理積または節集合で表すものとする。例えば、 $\Gamma$  を知識とする時、 $\Gamma$  が  $T$  の左辺に現れた場合は節集合、右辺に現れた場合は節の論理積で表される。

知識  $A$  を公理とする。 $T, B$  はそれぞれ個体定数(もしくは個体定数の組)、 $S, P$  は  $B$  が現れない述語であり、 $S$  は引数において非冗長とする<sup>2</sup>。すると一般的に先に見た類推は以下のように表すことができる。

$$A \vdash S(B) \wedge P(B) \wedge S(T). \quad (2)$$

上記のメタな文は証明可能な関係を表しており、公理(知識)  $A$  のもとで、ベースがある性質(類似性)  $S$  と もう一つの性質(投射性)  $P$  を持ち、ターゲットが前者の性質を共有している(類似性  $S$  を持つ)ことが導けることを表している。

ターゲットが投射性を満足する( $P(T)$ )ことが類推によって推測できるのは、ベースの性質をターゲットに投射することによる(前提1)から、ある節集合  $f_B$  (ベース  $B$  に関する知識)に対して:

$$A \vdash f_B, \quad \text{かつ、} \quad A, f_B(T) \vdash P(T) \quad (3)$$

となる。ここで、 $f_B(T)$  は  $f_B$  におけるすべての  $B$  の現れ

<sup>1</sup>[例]  $(\lambda x, y P(x)), (\lambda x, y P(x) \vee Q(x, y) \wedge \neg Q(x, y))$  はいずれも引数において非冗長ではない。それぞれ、等価な一引数述語、 $(\lambda x P(x))$  があるからである。

<sup>2</sup>簡単に言うと、前者の制限は後の議論が必要以上に複雑になるのを防ぐためであり、後者の制限はベースとターゲットの各々のすべての要素が本質的になんらかの制約を満たしていることを要求するためである。より詳しい議論は別の機会としたい。

を  $T$  に置き換えたものである<sup>3</sup>。従って、類推の本質は必ずしも明示的な投射性  $P$  の投射でなく(3)式のベースに関する知識  $f_B$  の投射ということになる。また、類推が意味あるためには無矛盾でなくてはならないから、

$$A \cup f_B(T) \text{ は無矛盾} \quad (4)$$

である。さて、 $T$  は特殊ではないから(前提2)、今、新しい個体  $x$  が性質  $S$  を満足することがわかると、ベースを  $B$  とした類推によって  $P(x)$  が得られることになる。 $A$  に  $S(x)$  を加えると、 $T$  の場合と同じ議論によって、(3)式と同様に、

$$A \vdash f_B, \quad \text{かつ、} \quad A, S(x), f_B(x) \vdash P(x) \quad (5)$$

となる。 $A$  は閉じているから、述語計算により、

$$A \vdash f_B, \quad \text{かつ、} \quad A \vdash (\forall x f_B(x) \wedge S(x) \supset P(x)) \quad (6)$$

を得る。

さて、ターゲットが特殊ではない(前提2)から、さらに重要な制約を読みとることができる。 $A \vdash S(B)$  の時、類似性  $S$  を持つ任意の個体に対してある種の  $B$  の性質  $f_B$  の投射が行われるということは、類推(すなわち、なんらかの非演繹的投射)の根拠(正当性)が類似性によって与えられているということである。これは、類推が類似性に基づく推論 — ターゲットがベースとある共通の性質を有しているという“理由”で類推が行われる — という我々の直感的認識に等しい。以上のことから、 $A \vdash S(B)$  の時、 $A \vdash S(I)$  なる任意の個体  $I$  に対して、その投射がある意味で正当であるような非演繹的投射とはどんな性質の投射であるべきかの検討が以下議論の主要目的となる。この準備として、 $A \vdash S(B)$  が意味することの“本質”を捕らえるため、以下の変形を行なう。

$A \vdash S(B)$  は  $A$  から  $S(B)$  への証明があることを表すメタな表記であるが、知識  $A$  の中には  $S(B)$  の証明に影響しない知識が一般に存在している。この冗長性を取り除くために、以下のメタな関係を定義する。

[定義1. 説明する]:  $\alpha$  は節集合。この時、論理式  $\beta$  が  $\alpha$  から証明でき ( $\alpha \vdash \beta$ )、かつ、 $\alpha$  がその条件を満足できる極小の集合である時<sup>4</sup>、 $\alpha$  は  $\beta$  を説明する (explains) と言い、それを  $\alpha \vdash_{exp} \beta$  で表す。□

[定義2. 説明]:  $A, F$  は節集合、 $\beta$  は論理式である。この時、 $F$  が  $\beta$  の  $A$  における説明 (explanation) であるとは、 $F$  が  $A$  の部分集合 ( $F \subseteq A$ ) であり、かつ、 $\beta$  を説明する ( $F \vdash_{exp} \beta$ ) ことをいい、 $F \vdash_{exp}^A \beta$  と書く。□

このメタな関係を使うと、 $A \vdash S(B)$  は次の式と等価になる。

$$\text{以下を満たす、ある } F_B^S \text{ が存在する:} \\ F_B^S \vdash_{exp}^A S(B) \quad (7)$$

<sup>3</sup> $B, T$  が組の場合、“すべての  $B$  の要素の現れに対応する  $T$  の要素に置き換えたもの”になる。以下、組の場合も単に文中の表現で表す。

<sup>4</sup>すなわち、 $\alpha$  からどんな部分集合(節集合)を除いても、 $\alpha$  から  $\beta$  を証明できなくなる。

この式は、 $A$  の部分集合  $F_B^S$  が  $S(B)$  を導くのに十分な極小の知識 (公理) であることを示している。さて、(後の議論の先取りになるが) ターゲットに投射される知識は必ずしも  $A$  の (ベースに関わる) 部分集合である必要はなく、(3) 式に示されているとおり、 $A$  からの論理的帰結、すなわち、 $F_B^S$  からの論理的帰結であればよい。この観点からさらに以下のメタな関係を定義しておく。

[定義 3. 抽象説明]:  $A$ ,  $\alpha$  は節集合、 $\beta$  は論理式である。この時、 $\alpha$  が  $\beta$  の  $A$  における抽象説明 (abstract explanation) であるとは、 $A$  のある部分集合  $F$  ( $F \subseteq A$ ) が存在して:

$$F \vdash_{exp} \beta \text{ かつ, } F \vdash \alpha^5 \text{ かつ, } \alpha \vdash_{exp} \beta$$

が成り立つことである。また、このとき、 $\alpha \vdash_{\text{abst}} \beta$  と書く。

抽象説明は、 $\beta$  を (過不足なく) 説明するなんらかの説明 ( $F$ ) の定理であって、しかもそれ自体が  $\beta$  を (過不足なく) 説明しているものである。直感的には、 $A$  の文を使った  $\beta$  の説明  $F$  から  $\beta$  への証明木の親子関係にないノードの集合でかつそれらから  $\beta$  への証明木があるものに対応する<sup>6</sup>。また、定義より明らかに  $\beta$  の  $A$  における説明は抽象説明の一つである。

この関係を使うと  $A \vdash S(B)$  はさらに以下の等価式に変形できる。

以下を満たす、ある  $f_B^S$  が存在する:

$$f_B^S \vdash_{\text{abst}} S(B) \quad (8)$$

すなわち、 $A \vdash S(B)$  に関する議論は、情報を落とすことなく (8) 式で議論できる。さて、いよいよ  $S$  を満たすものの間に正当化されるような非演繹的投射を考えよう。実はここで我々が扱っている弱い前提のもとでは、そのような投射の候補を選べる余地はほとんどない<sup>7</sup>。今、ターゲットが  $S$  という性質を満たすことしか分かっていない状況で考えよう (こう考えても前提 2 により一般性は失わない)。投射の正当性 (ターゲットがある性質を持つと推定する根拠) はターゲットが  $S$  を満たしている事実からのみ生じていることになる。ターゲットが  $S$  という性質を満たすことは、ターゲットが (8) 式を満たすある  $f_B^S$  という性質<sup>8</sup> を持っていると仮定すれば十分である<sup>9</sup>。この意味で  $f_B^S$  のターゲットへの投射 ( $f_B^S(T)$ ) が成り立つと仮定すること:  $f_B^S(T)$  は

<sup>5</sup> この定義において  $F \vdash \alpha$  を  $F \models \alpha$  としても  $F \vdash_{exp} \alpha$  としても等価である (証明略)。

<sup>6</sup> [例]  $A = \{P(C), \forall x, P(x) \supset Q(x), \forall x, Q(x) \supset R(x), S(C)\}$ ,  $\beta = R(C)$  とする。すると、 $A$  における  $\beta$  の抽象説明は、 $\{P(C), \forall x, P(x) \supset Q(x), \forall x, Q(x) \supset R(x)\}$  (説明:  $A$  に対応),  $\{P(C), \forall x, P(x) \supset R(x)\}$ ,  $\{R(C)\}$  がある他  $\{Q(C), Q(C) \supset P(C), P(C) \supset R(C)\}$  などの  $A$  の定理で  $\beta$  を説明するものが含まれる。

<sup>7</sup> 他の “正当である投射” の存在の可能性が厳密には否定できないため、この箇所での議論のみが正確には必然性を失うが、我々の前提条件のみからある意味で “正当である” ことを主張できるのは、唯一これ以下の議論中の投射であると思われる。この意味で弱い必然性を保っている。

<sup>8</sup> 正確には  $\lambda x. f_B^S(x)$  という性質。

<sup>9</sup> 後の命題 1 が保証している。

$f_B^S$  の  $B$  の現れを  $T$  に置き換えたもの) はそれが矛盾しない場合に限り ( $A \cup f_B^S(T)$  は無矛盾) 正当なものである。これ以外の非演繹的投射は新しい前提の導入なしに正当化するのはどんな意味でも困難である。というのは、これ以外の知識のうち  $T$  への投射が、ある  $f_B^S(T)$  と公理  $A$  の論理的帰結でないものは、ターゲットが  $S$  を満足するという事実と論理的に不要の知識であり、ターゲットがその知識を満たすどんな保証もないからである (ターゲットが  $S$  を満足することしかわかっていないことを考えよ)。また、ある知識の  $T$  への投射がある  $f_B^S(T)$  と公理  $A$  の論理的帰結になっている場合は、もとより投射する必要はない。その  $f_B^S$  の投射で十分だからである。

上記の議論から類推プロセスでの投射がある意味で正当化されるのは  $f_B^S$  のみであることがわかった。さて、 $B$  から  $T$  への置換で実際に知識が変換されるのは  $B$  が現れる知識のみであるから、それらの知識のみを表す表記法を導入する。 $F$  を節集合、 $O$  個体定数 (または個体定数の組) としたとき、 $F$  中の  $O$  が現れるすべての節の集合を  $F|O$  で表すことにする。すると上記の議論から、

$$f_B = f_B^S|B. \quad (9)$$

(6) 式に (9) 式を代入し ((8) 式より、 $A \vdash f_B^S|B$ ),

$$A \vdash (\forall x f_B^S|B(x) \wedge S(x) \supset P(x)) \quad (10)$$

を得る。また、 $R$  を  $f_B^S|B$  の  $f_B^S$  における補集合とする (よって、 $f_B^S = f_B^S|B \cup R$ ) と、 $f_B^S$  は  $S(B)$  の抽象説明だから、 $f_B^S|B, R \vdash S(B)$  より、 $R \vdash (\forall x f_B^S|B(x) \supset S(x))$  であり<sup>10</sup>、 $A \vdash R$  であるから、(10) 式からさらに

$$A \vdash (\forall x f_B^S|B(x) \supset P(x)) \quad (11)$$

と簡単化される。

以上、(2), (4), (9), (11) 式の考察結果から得られる、類推が満たす条件をまとめると以下のようになる。

[定義 4: 例証的基準]  $T$ ,  $B$  は個体定数 (の組),  $P$  は述語,  $S$  は  $B$  のどの個体も現れない、引数において非冗長な述語とする。また、 $A$  は閉じた節集合 (知識) である。この時、5 項組  $\langle T, B, S, P, A \rangle$  が例証的基準 (the illustrative criterion) を満たすとは以下のすべての条件を満たすことである。

i) 外存的類似性 (outward similarity):

$$A \vdash S(T) \wedge S(B),$$

ii) 因果的関連性 (causal relevance):

$$f_B^S \vdash_{\text{abst}} S(B),$$

なる以下の条件を満たすある  $f_B^S$  が存在する:

ii-a) 因果的含意性 (causal implicability):

$$A \vdash (\forall x f_B^S|B(x) \supset P(x))$$

<sup>10</sup> 付録: 補題 1 を参照のこと。

## ii-b) 無矛盾性 (consistency):

$A \cup f_B^S|_B(T)$  は無矛盾.

ここで  $f_B^S|_B(x)$ ,  $f_B^S|_B(T)$  はそれぞれ,  $f_B^S|_B$  に  
おける  $B$  の現れをすべて  $x$ ,  $T$  に置き換えたも  
のである.  $\square$

直感的に言えば, i) の外存的類似性が示すことは, ター  
ゲット  $T$  もベース  $B$  も共に性質  $S$  を満足していること  
が  $A$  から明らかである (導ける). また, ii) の因果的関連  
性は, ベース  $B$  が  $S$  を満足するという現象を起こしたあ  
る原因は, また,  $P$  を満足する現象を引き起こすというこ  
とを表し, その原因を  $T$  が持つとしても矛盾しないことを  
表す<sup>11</sup>.

ii-a), b) を満足する  $\lambda x f_B^S|_B(x)$  を  $(f_B^S|_B(T))$  が  
 $A$  からは必ずしも明かでない (導けない) という理由で, 外  
存的類似性に対して) 内存的類似性 (inward similarity) と  
呼ぶ. また, これらの条件を例証的基準と呼ぶ理由は, あ  
る (原因となる) 性質  $(f_B^S|_B)$  を満足しているために,  $S$ ,  
 $P$  の性質が発現していることと証明 (説明) できる少なくとも  
一つの個体 (ベース) が存在していることによる. すなわち,  
 $S$  を満たすことは  $f_B^S|_B$  が満足されていることの傍証であ  
り,  $f_B^S|_B$  から  $P$  を満足することが証明でき, しかも, こ  
のプロセスが正当化される少なくとも一つの個体が存在し  
ている (例証されている) ためである.

5 項組  $\langle T, B, S, P, A \rangle$  が例証的基準を満たし,  $P(T)$   
がある類推の結果得られる時, その類推は例証的である  
(illustrative) と言い,  $B$  と  $T$  の対応する各々の個体は (例  
証的に) 似ていると言うことにする.

例証的基準が満たされると明らかに次の命題が成立す  
る.

[命題 1.]: 5 項組  $\langle T, B, S, P, A \rangle$  が例証的基準を満た  
す時, 内存的類似性を  $\lambda x f_B^S|_B(x)$  で表す. すると,

$$A, f_B^S|_B(T) \vdash P(T). \quad \square$$

すなわち,  $A \nVdash P(T)$  であっても,  $f_B^S|_B$  の  $T$  への投射  
により  $P(T)$  を導けることを表している.

こうした形式的議論だけで得られた基準がいったいどん  
な意味を持つのか? この基準を満たす類推とはどんなもの  
か? またそれはどれくらい有用で普遍的なものか? といっ  
た問が次の関心になる. これらの問には次章で答えたい.

## 3 例証的類推の直感的意味

他人の心の存在に関する古い哲学的問題を取りあげよ  
う. 私は自分の経験から心を持っていると知っている. し  
かし, 私はどうして他人も心を持っていると推察するのだ  
ろう? 明らかにその推論のよりどころは他人に関する  
観測から得る間接的な情報だけであるのに, 我々は適当な

<sup>11</sup> 類推が非演繹的である条件,  $A \nVdash P(T)$  は特にこの例証的基準に明示  
しないことにした. 類推が最も正当化された場合 (内存的類似性が実は外存  
的でもある時, すなわち,  $A \vdash f_B^S|_B(T)$  の時) が演繹であるとの見方がと  
れるからである.

結論にたどり着いているかのように見える. 我々が他人に  
関して何か推論する時には, 自分の身を相手の身に置き換  
え考えることによって, 相手の持つ未知の性質, 現在の状  
態, 心の動き, 過去や将来の行動などさまざまなことを推  
察できることがある. このような推論は相手に関する乏し  
い知識からも実に豊かな結論が得られる点で非常に強力で  
ある. こうした推論は次の 4 つのステップでとらえること  
ができる. 1) 未知の領域 ( $T$ ) での現象 ( $S(T)$ ) を既知領域  
( $B$ ) での現象としてとらえ ( $S(B)$ ), 2) その現象を説明し  
たり理解したりする ( $f_B^S \vdash_{exp} S(B)$ ) ことで必要な隠れた  
性質, 原因, 意図等を取りだし ( $f_B^S|_B$ ), 3) その隠れた性  
質などをもとの未知領域に投射し ( $f_B^S|_B(T)$ ), 4) 投射され  
た性質と一般的知識もとにさまざまなもつもらしい結論  
を導き出す ( $f_B^S|_B(T), A \vdash P(T)$ ). 従って, こういった推  
論は例証的類推の一つの型と考えられる. すなわち, ター  
ゲットは他人であり, ベースは自分自身, 類似性は同じ現  
象を起こしうるという性質 (現象を説明できるだけの性質  
を持つ) である. 投射性は (本質的には) その現象を説明す  
る際に前提として必要となる陽には現れなかった性質であ  
るか, または, (副次的には) その性質と既知の事実から得  
られる性質である.

## 4 例題と従来研究との関係

例証的類推としてうまく説明できる推論は数多く見受け  
られる. 意図認識, 類推による発見, 解決する問題に応じ  
て類似性が変化する現象の説明等, 広範囲の例題をあげる  
ことができ, 応用範囲は非常に広いと考えられる. ここで  
は, 誌面の都合により若干の例題をあげるにとどめる.

i) 発見的類推 あるターゲットに関する情報 ( $S(T)$ ) を  
下に, ターゲットが満足すると思われる性質 ( $P(T)$ ) を推  
定する. すなわち,  $P$ ,  $B$  が何であるかが分かっている  
( $S$ ,  $T$ ,  $A$  が与えられた時に, 例証的基準を満たす  $P$ ,  
 $B$  の組を求める問題に帰着される).

[例 1: 太陽系に関する発見的類推]

太陽系に関する知識 “惑星が太陽の周りを回っている  
( $Revolves(Planet, Sun)$ )” ことをもとに太陽系に関する  
予測を例証的類推を使って行なう. すなわち,  $S = Revolves$ ,  
 $T = Planet, Sun$  で例証的基準を満たす  $P, B$  を求めるこ  
とになる.  $A$  は以下のさまざまな知識を含むとしよう. 最  
初のクラスは惑星と太陽に関する知識である. この知識に  
は, “惑星が太陽の周りを回っている” の他に “太陽と惑  
星は離れている”, “太陽は何ものともつながっていない”  
“, “惑星は何ものともつながっていない” がある.

$$\begin{aligned} &Revolves(Planet, Sun), & (E1.1) \\ &ApertFrom(Sun, Planet), & (E1.2) \\ &\forall x \neg Connects(Sun, x), & (E1.3) \\ &\forall x \neg Connects(Planet, x). & (E1.4) \end{aligned}$$

まず, 同じ類似点を持つターゲットを探す. すなわち,  
 $Revolves(x, y)$  を満たす  $\langle x, y \rangle$  の組を求める (この種の  
ことは通常の演繹的質問応答システムで可能である). ここ

では、 $A$ に $N$ 氏( $N$ で表す)に関するさまざまな知識が含まれており、その中に、紐を付けた石を回した $N$ 氏の経験に基づく知識があったとしよう: “石が $N$ 氏の周りを離れて回っている”, “ $N$ 氏は伸びない紐に、伸びない紐は石につながっている”, “ $N$ 氏は紐を引いている”, “ $N$ 氏はあるものを引っ張っており、(それでも)それが $N$ 氏に離れたままであるとすると、それは $N$ 氏の周りを回る”.

$$\begin{aligned} \text{Revolves}(\text{Stone}, N), & \quad (\text{E1.5}) \\ \text{ApartFrom}(N, \text{Stone}), & \quad (\text{E1.6}) \\ \text{Connects}(N, \text{String}), & \quad (\text{E1.7}) \\ \text{Connects}(\text{Stone}, \text{String}), & \quad (\text{E1.8}) \\ \text{Inextensive}(\text{String}), & \quad (\text{E1.9}) \\ \text{Draws}(N, \text{String}), & \quad (\text{E1.10}) \\ (\forall x \text{ ApartFrom}(N, x) \wedge \text{Attracts}(N, x) \\ \supset \text{Revolves}(x, N)), & \quad (\text{E1.11}) \end{aligned}$$

この他に $A$ には一般的な物理的法則がある: “ $x$ がある伸びないものとつながっており、それが $y$ とつながっており、 $x$ が $z$ を引くと $x$ は $y$ を引っ張る”.

$$\begin{aligned} (\forall x, y, z \text{ Inextensive}(z) \wedge \text{Connects}(x, z) \\ \wedge \text{Connects}(y, z) \wedge \text{Draws}(x, z) \supset \text{Attracts}(x, y)), \end{aligned} \quad (\text{E1.12})$$

さて、先の質問 “ $\text{Revolves}(x, y)$  なる  $\langle x, y \rangle$  の組は?” に対し、 $N$ 氏の経験から  $\langle \text{Stone}, N \rangle$  が引き出されたとしよう. すなわち、 $B = \text{Stone}, N$  である. これにより、各個体間の対応関係も決まる. すなわち、この類推では  $\text{Planet}$  は  $\text{Stone}$  に、 $\text{Sun}$  は  $N$  に対応する.

まずなぜ石が自分の周りを回ったかを説明し、内存的類似性の候補を取り出す. 内存的類似性の候補はこの説明(証明)中に存在するが、以下のベースに関する抽象的性質<sup>12</sup>が内存的類似性 ( $f_B^S|B$ ) として例証的基準を満足する.

$$\begin{aligned} (\forall x \text{ ApartFrom}(N, x) \wedge \text{Attracts}(N, x) \supset \\ \text{Revolves}(x, N)), \\ \text{ApartFrom}(N, \text{Stone}), \\ \text{Attracts}(N, \text{Stone}). \end{aligned}$$

これをターゲットに投射することにより、非演繹的結論 ( $P = \lambda x(f_B^S|B(x))$ ) を得る. 即ち、 $f_B^S|B(T)$  から、

$$\begin{aligned} (\forall x \text{ ApartFrom}(\text{Sun}, x) \wedge \text{Attracts}(\text{Sun}, x) \\ \supset \text{Revolves}(x, \text{Sun})), \\ \text{Attracts}(\text{Sun}, \text{Planet}). \end{aligned}$$

を得る (“太陽があるものを引っ張っており、(それでも)それが太陽に離れたままであるとすると、それは太陽の周りを回っている”, および、 “太陽は惑星を引っ張っている”). これは接触なしでも力を加えられるということを意味しており、万有引力の発見につながるものかもしれない.

## ii) 問題依存の類似性

上方のものを取ろうとする場合には、岩と本が類似し、暇を潰そうとする場合には、岩と本が類似してるとは言えないといった、問題(状況)に応じて類似性が変化する現象を例証的基準はうまく説明できる. このような特殊な場

<sup>12</sup>これよりも詳細な候補.  $\{(E1.6) \sim (E1.11)\}$  は無矛盾性条件を満たさない.

合に、例証的基準を特化してみよう. この場合、あるターゲットに関する質問 ( $P(T)?$ ) から、それが(例証的に)正当であるための根拠となるある性質(類似性)をターゲットが満足しているかが問題になる. すなわち、 $S$ , および一般的には  $B$  が何であるかが分かっていない ( $P, T, A$  が与えられた時に、例証的基準を満たす  $S, B$  の組の存在問題に帰着される). 次の命題が成立する.

[命題 2] ある  $f_B^P$  に対し、 $f_B^P \vdash_{\text{abs}} P(B)$  かつ  $A \vdash f_B^P|B(T)$  が成り立つ時、

$\langle T, B, \lambda x f_B^P|B(x), P, A \rangle$  は例証的基準を満たす.

□

すなわち、この場合には  $P$  を抽象説明する知識を(外存的)類似性として見ることができ(すなわち、類似性は投射性に依存する). 例証的基準を満たすことがわかる.

次の例題でそれを見よう.

[例 2: 本と石の類似性] 本を重ねたもの ( $\text{Books}$ ) を足場にし、その上方にある人形 ( $\text{Doll}$ ) を取ったことがあるとしよう. 形式的には以下の知識を含む  $A$  のもとで質問  $Q_1$ :  $\exists s \text{ Reachable}(\text{Doll}, s)$  (ある状況  $s$  で  $\text{Doll}$  に手が届く) を証明したことに対応させる.

$$\text{Above}(\text{Doll}, \text{Books}), \quad (\text{E2.1})$$

$$\text{BookPile}(\text{Books}), \quad (\text{E2.2})$$

$$\text{Height}(\text{Books}) = 3 * H, \quad (\text{E2.3})$$

$$\forall x \text{ BookPile}(x) \supset \text{Stable}(x), \quad (\text{E2.4})$$

$$\forall x \text{ BookPile}(x) \supset \text{Book}(x), \quad (\text{E2.5})$$

$$\forall x \text{ Book}(x) \supset \text{Readable}(x), \quad (\text{E2.6})$$

$$\forall x \text{ AdeqHeight}(x) \wedge \text{Stable}(x) \supset \text{Foothold}(x), \quad (\text{E2.7})$$

$$\forall x \ 3 * H \leq \text{Height}(x) \leq 5 * H \equiv \text{AdeqHeight}(x), \quad (\text{E2.8})$$

$$\forall x, y \text{ Foothold}(x) \wedge \text{Above}(y, x) \supset \text{Reachable}(y, \text{Climb}(x, s)), \quad (\text{E2.9})$$

$$\forall x, y \text{ Readable}(x) \supset \text{CanSpendTime}(\text{Read}(x, s)), \quad (\text{E2.10})$$

質問  $Q_1$  は式 (E2.1)~(E2.4), (E2.7)~(E2.9), から証明される(その副産物として  $s = \text{Climb}(\text{Books}, \text{SU})$  が得られ、本の山の上に登る行動計画が得られる). さて、別の状況  $S_1$  で岩 ( $\text{Rock}$ ) の上にあるリンゴ ( $\text{Apple}$ ) をとることを考える(すなわち、質問  $Q'_1$ :  $\exists s \text{ Reachable}(\text{Apple}, s)$  を証明する).  $A$  には以下の知識も含んでいるとする.

$$\text{Above}(\text{Apple}, \text{Rock}), \quad (\text{E2.11})$$

$$\text{Stable}(\text{Rock}), \quad (\text{E2.12})$$

$$\text{Height}(\text{Rock}) = 4 * H, \quad (\text{E2.13})$$

$$\neg \text{Book}(\text{Rock}) \quad (\text{E2.14})$$

質問  $Q'_1$ :  $\exists s \text{ Reachable}(\text{Apple}, s)$  を投射性  $P_1(T)$  (すなわち、 $P_1 = \lambda x, y \exists s \text{ Reachable}(y, s)$ ), ベース  $B = \text{Rock}, \text{Apple}$ , ターゲット  $T = \text{Books}, \text{Doll}$  とする. ここで、 $P_1(B)$  を説明する知識  $f_B^P = \{ (\text{E2.9}), \text{Above}(\text{Doll}, \text{Books}), \text{Foothold}(\text{Books}) \}$  は、命題 2 の前

提条件を満足することがわかる<sup>13</sup>。よって、本と石は高いもの(人形とリンゴ)を取る際には、(例証的に)類似すると言うことができ、また、その場合の類似性として、ともに取ろうとするものの下にあること、足場になることなどがその候補となる。

これに対し、暇を潰す方法を考える時  
 $(\exists s(\text{'anSpendTime}(s)$  を質問、すなわち、 $P_2 = \lambda x \exists s(\text{'anSpendTime}(s), B = \text{Books}),$  本を読む  
 $(\text{'anSpendTime}(\text{Read}(\text{Books}, s)))$  という解を導く証明の中に内存的類似性が存在しないため、例証的に Books と Rock が似ているとは言えない。このように、何が類似するかは投射性  $P(P(T))$  が推測できるかどうかの質問)に依存する。

興味深いことに、幾つかの優れた類推研究で扱われていた類推が、命題2の条件を満足する例証的類推である。例えば、[7]で扱われた類推は“目的(purpose)述語”が  $P$  である場合のこの型に属する。また、[6]では、 $P(B)$  をベース領域で成り立つルール  $R^{14}$  およびその前提  $S(B)$  で説明でき、かつ、 $S(T)$  が成立している場合に  $P(T)$  を得るような類推を提案している(この  $S$  が類似性になる)。このベース領域で成り立つルール中に  $B$  が現れない場合にこの型に属する(それ以外の場合、例証的基準を満たしていない)。例証的基準はそれらの研究が質問(目的)( $P$ )に応じて類似性が変化する型の類推であることを明らかにしている。

命題2で示された条件は例証的基準を満たす十分条件であることに注意されたい。例証的基準を満たす組を求める手続きに関しては本論文では扱わないが、 $P, T, A$  が決められた時に、例証的基準を満たす  $B, B$  を求める一般的で効率的な手続きの存在に関しては悲観的である。この型に属する問題を効率的に解くには例えば命題2の条件のように、例証的基準以外のなんらかの制限を加える必要がある。

### iii) 演繹的基準の一般化

演繹的な類推はすべて例証的類推の特殊な場合とみなすことができる。以下の命題2でそれを示す。

<sup>13</sup> この問題では、この他に命題2の前提条件を満足する以下の  $f_B^F$  がある。

$f_B^F: \{ (E2.7), (E2.9), \text{Abort}(\text{Doll}, \text{Books}), \text{Stable}(\text{Books}), \text{AdqHeight}(\text{Books}) \}$

<sup>14</sup> 彼らの研究では知識をベース領域、ターゲット領域を分けて議論の外で扱うが、本稿のように一つの領域上、すなわち、単一の知識でこれらを表すのは容易である。例えば、 $K_B$  が(彼らの扱っているクラスである)ホーン文の集合である時、ベース領域を表す述語  $\lambda x D(U_B, x)$  ( $x$  がベース領域  $U_B$  中の個体であることを示す)を使い、1.  $K_B$  中の各文の変数  $x$  ごとに  $D(U_B, x)$  をそれぞれのボディ一部に加え、2. すべてのベースの  $n$ -引数関数  $f$  に対し、ホーン文  $D(f(U_B, F(x_1, \dots, x_n))) \leftarrow D(f(U_B, x_1), \dots, D(f(U_B, x_n)))$  (0-引数関数は個体定数を表し、ボディ一部なし)を  $K_B$  に加えればよい。ターゲット領域 ( $U_T$ ) も同様。

[定義5: 演繹的基準] 以下のすべての条件を満たす時、5項組  $\langle T, B, S, P, A \rangle$  (但し、 $A$  は無矛盾) は演繹的基準を満たすと言う。

i) 外存的類似性

ii)  $A \vdash (\forall x S(x) \supset P(x))$ .

演繹的基準を満たす類推を演繹的類推 (deductive analogy) と呼ぶことにする。

[命題3] どんな演繹的類推も、例証的基準を満たす。

T.R.Davies らは [3]、類推の結果が正当化され、しかもその推論の過程でベースに関する情報を使うものが満たす基準として、以下の決定規則 (determination rule) を提案した。

$$\begin{aligned} & \forall y, z (\exists x \Sigma(x, y) \wedge \Phi(x, z)) \\ & \supset (\forall x \Sigma(x, y) \supset \Phi(x, z)) \end{aligned}$$

すなわち、ある個体(前件部の  $x$ : ベースに相当)があり、それが  $\lambda x \Sigma(x, y)$ ,  $\lambda x \Phi(x, z)$  を満足するならば、 $\lambda x \Sigma(x, y)$  を満足する任意の個体が  $\lambda x \Phi(x, z)$  を満足するという規則であり、直感的には、属性  $\Sigma$  の値が  $y$  であり、 $\Phi$  の値が  $z$  である一例によって、 $\Sigma$  の値が先の値 ( $y$ ) と等しいすべての個体は、 $\Phi$  の値も先の値 ( $z$ ) に等しくなる(と決定できる)というルールになっている。このルールと  $\Sigma(B, Y) \wedge \Phi(B, Z) \wedge \Sigma(T, Y) \wedge (T, B, Y, Z: \text{定数項})$  が公理として与えられていると、 $\Phi(T, Z)$  が導かれることになる。この型の類推を決定規則に基づく類推と呼ぶことにすると以下の命題が成り立つ。

[命題4] 与えられる公理が無矛盾であるとすると、

- 決定規則に基づく類推は演繹的である。
- 決定規則に基づく類推は例証的基準を満たす。

このように例証的基準は従来研究で暗黙裏に使われてきた類推であるための条件を一般的に示していると見ることができる。

## 5 考察とまとめ

本研究により何が言えるか

例証的基準が、本研究で使った2つの前提を満たしているのは明らかであろう(充分性)。逆に、本研究で使った2つの前提を認めるならば、 $S(T), S(B), P(B)$  から  $P(T)$  を導くような類推が例証的基準を満たすのは避けられない結論であるように思える(弱い必要性: 2つの前提の形式的表現への翻訳になんらかの“ずれ”が入り込んでいる可能性、特に、これらの前提だけでも他に正当であることが主張できる非演繹的投射が存在している可能性が残されているため)。そうすると、ある定式化もしくは計算方法による類推結果が例証的基準を満たしているかどうかを調べることは興味深い。なぜなら、その類推が例証的基準を満

たさなければ、何らかの点でこの2つの前提を無視しているか、これらの前提以上のなんらかの強い前提を持っていることを示唆されていることになるからである。後者の場合は特にそれがどんな前提なのかを明らかにしてゆくことで、その類推が持つ意味や性質が明らかになり、利点や問題点などが理解されやすくなるだろう。実際にはいくつかの類推研究が例証的基準を満たしており、例証的基準は従来研究で暗黙裏に使われてきた類推であるための一般的条件を示していると考えられる。

#### 本研究が新しい類推を可能にするか

T, B, S, P, A間の関連性の存在を多くの研究者が認識していたにも関わらず、これまでのほとんどすべての類推研究で一般的それは明らかにされなかった。その例外としてT.R.Daviesらの優れた研究[3]が挙げられるが、残念なことに非演繹的な類推が無視されていた。

本研究により、“重要な”類似性をあらかじめ決める必要がなく、問題に適応的に類似性、ベースを自動的に決めうるまったく新しい型の類推システムや、ある性質をもとにターゲットが満足する重要な性質を発見する類推システムが示唆される。

#### 他推論との比較

例証的類推、EBG[8]、アブダクション[12]、仮説推論[10]とも説明(現象の証明)の概念が重要な役割を占めている点で強い関係がある。類推とそれらの最も大きな相違点は、類推ではターゲットに関する知識と一般的な領域知識だけではなくベースに関する知識を使う点である。類推以外の推論はベース情報を使わず、領域知識とターゲット(および、与えられた仮説の集合)のみから現象を説明することにより、アブダクション、仮説推論は内存的類似性に対応する原因を、EBGは(領域知識を特化した)有用な抽象知識を得る。一方、(例証的)類推では、類似した(例証的基準を満たす)既知のベースから説明が“仮説生成”されることになり、ターゲットに関する知識が十分でない場合も説明を成功させることができる(4章の例1はターゲットのみでは説明できない例である)。また、この違いにすでに含意されているが、仮説推論における仮説集合を持たないこと、EBGに対しては非演繹的であることが特徴的であろう。

#### 残された問題

a) 説明が複数個ある場合、どれを内存的類似性に選ぶかの問題は本研究の対象外ではあるが、応用によっては必要になるであろう。特に、その選択(本質的にはターゲットの選択)によっては相矛盾する結論が共に例証的に正当化されるであろう。この事実は我々が行なう類推でも多々見られることで少しも奇妙ではないが、それでもある説明は選ばれやすく、ある説明は選ばれにくいという事実が存在するというのは直感的に正しいことのように思える。人間がどの説明を好むかはまた非常に困難な問題であり、現段階では何も答えることができない。アドホックではある

が当座は何らかの評価基準を与えることしかできないであろう。

b) ここでは論理的類推システムが恐らく守らねばならない、例証的基準という“仕様”を示した段階に他ならない。例えば、全体の知識Aのもとで $P(T)$ が類推できるか否かを考える場合、どんな個体がベースになるか、どんな性質が類似性となりうるかを例証的基準は示している(すなわち、例証的基準を満たすようなベース、類似性であればよい)が、実際にそのようなベースB、類似性Sをどう見つけるかには十分答えていない。もちろん、BとSの組を数え挙げてゆくことにより例証的基準を満たす組を発見するという手続き方法があり、この意味で類推研究で課題とされてきた1)から3)の問題の解決に少なくとも部分的に成功していると言うことができるだろう。しかし、現実的な計算のためにはこれからいくつかの研究が必要である。このためには、適用領域の限定によるさまざまなヒューリスティクスの導入や、言語の制限などがもちろん考えられる。この方向の現実的な計算方法の一つは次の機会に提示したい。また、類推として適当な別の前提を見出し、新たな基準を得る研究も忘れてはならない。探索域を大幅に減ずる基準が存在することは恐らく間違いないようである。というのは人間がこうも高速に類推できていることが示唆しているように思えるからである。

謝辞 本論文は[1, 2]を修正、拡張した論文であり、修正に関しては匿名の査読者からの意見が参考になった。また、特に有益なコメントをいただいた岡夏樹氏、井上克巳氏、原口誠氏、古川康一氏に感謝致します。また、本研究の機会を与えて下さった淵一博所長に感謝致します。

#### 参考文献

- [1] Arima, J.: Analogy by Simulation - a Weak Justification Method, in *Proc. of The First International Workshop on Algorithmic Learning Theory*, pp.164-173 (1990).
- [2] Arima, J.: A Logical Analysis of Relevance in Analogy, in *Proc. of Workshop on Algorithmic Learning Theory ALT'91*, (1991), (To Appear).
- [3] Davies, T. & Russel, S. J.: A logical approach to reasoning by analogy, in *IJCAI-87*, pp.264-270 (1987).
- [4] Gentner, D.: Structure-mapping: Theoretical Framework for Analogy, *Cognitive Science*, Vol. 7, No. 2, pp.155-170 (1983).
- [5] Greiner, R.: Learning by understanding analogy, *Artificial Intelligence*, Vol. 35, pp.81-125 (1988).
- [6] 原口誠, 有川節夫: 類推の定式化とその実現, *人工知能学会誌*, Vol. 1, No. 1, pp.132-139 (1986).
- [7] Kedar-Cabelli, S.: Purpose-directed analogy, in *the 7th Annual Conference of the Cognitive Science Society*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp.150-159 (1985).
- [8] Mitchell, T., Keller, R. & Kedar-Cabelli, S.: Explanation-Based Generalization: A Unifying View, in *Machine Learning I*, Kluwer Academic Publishers, Boston, pp.47-80 (1986).
- [9] Murphy, G. L. and Medin, D. L.: The Role of Theories in Conceptual Coherence, *Psychological Review*, vol.92, pp.289-316 (1985).

- [10] Poole, D.: A logical framework for default reasoning, *Artificial Intelligence* 36, pp.27-47 (1988).
- [11] Winston, P.H.: Learning Principles from Precedents and exercises, *Artificial Intelligence*, Vol. 19, No. 3 (1982).
- [12] 米盛裕二: パースの記号学, 碩草書房, 1981.

## 付録

[補題 1]  $A, F$  を任意の一階述語論理式.  $T$  を任意の  $n$ -個体定数組,  $x$  を  $n$ -変数組とする. また,  $A, F$  におけるすべての  $T$  の要素の現れを対応する  $x$  の要素に置き換えた結果をそれぞれ  $A(x), F(x)$  で表す. この時,

$A \vdash F$  ならば,  $A(x) \vdash F(x)$ .

但し, この置換によって  $x$  の任意の要素が束縛されることはないとする (注意:  $A, F$  に現れない変数からなる組を  $x$  とすれば, この条件は満たされる).

[補題 1 の証明]  $A$  から  $F$  を導く推論上の任意のステップは,  $T$  を自由変数  $x$  に変えても成り立つ.

[命題 1 の証明] 因果的含意性より明らか.

[命題 2 の証明]

i) 外存的類似性:

$$A \vdash f_B^P|_B(T) \wedge f_B^P|_B(B) \quad (S(B) = f_B^P|_B)$$

ii) 因果的関連性:  $f_B^S = f_B^P|_B (= S(B))$  とおく.  
 $A \vdash f_B^P|_B$  だから,  $A$  における  $f_B^P|_B$  の説明が存在する. それを  $F_B^S$  とおく. すると,  $F_B^S \vdash_{exp} f_B^P|_B (= S(B))$  (定義より) かつ  $F_B^S \vdash f_B^P|_B (= f_B^S)$  かつ  $f_B^P|_B (= f_B^S) \vdash_{exp} f_B^P|_B(B) (= S(B))$  ( $f_B^P$  は抽象説明より). よって,  $f_B^S$  は  $S(B)$  の抽象説明である. また,

ii-a) 因果的含意性:  $A \vdash (\forall x f_B^S|_B(x) \supset P(x))$   
 $(f_B^S|_B \vdash P(B) \text{ より}).$

ii-b) 無矛盾性:  $A \cup f_B^S|_B(T)$  は無矛盾. ( $A \vdash f_B^P|_B(T)$  より).

[命題 3 の証明]  $A \vdash S(B)$ , かつ,  $A \vdash \forall x(S(x) \supset P(x))$  である場合に, 因果的関連性を満足することを示せばよい.  $f_B^S(x)$  を  $S(x)$  の極小な節集合表現とする (すなわち,  $f_B^S(x)$  のどの部分集合を除いても  $S(x)$  と論理的等価とはならない). これは,  $F_B^S$  を  $S(B)$  の  $A$  の一つの説明とすると,  $F_B^S \vdash_{exp} f_B^S(B)$  ( $f_B^S(B) \equiv S(B)$  より), かつ,  $f_B^S(B) \vdash_{exp} S(B)$  を満たす. よって,  $f_B^S(B)$  は  $S(B)$  の抽象説明. また,  $A \vdash (\forall x S(x) \supset P(x))$  だから,  $f_B^S(x) \equiv S(x)$ ,  $A \vdash f_B^S(B)$  より,  $A \vdash (\forall x f_B^S(B)|_B(x) \supset P(x))$ . よって, 因果的含意性が満たされる. 無矛盾性は  $A$  は無矛盾かつ  $f_B^S(T) \equiv S(T)$  だから明らか.

[命題 4 の証明] a) を証明すれば, 命題 3 より b) は明らか.  $A$  には上記の決定規則, および  $\Sigma(B, Y) \wedge \Phi(B, Z) \wedge \Sigma(T, Y)$  が含まれる. すると

$A \vdash (\forall x \Sigma(x, Y) \supset \Phi(x, Z))$ . ここで, 述語  $\lambda x \Sigma(x, Y)$ ,  $\lambda x \Phi(x, Z)$  をそれぞれ,  $S, P$  とおいてやると,  $A \vdash S(B) \wedge S(T)$  (外存的類似性),  $A \vdash (\forall x S(x) \supset P(x))$  が成立する. すなわち, 演繹的である.