ICOT Technical Memorandum: TM-0807

TM-0807

定性的モデルに基づく
因果解析システムの試作

坂根清和, 川岸太郎,
寺崎　智, 生駒憲治

September. 1989

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03) 456-3191～5
Telex ICOT J32964

Institute for New Generation Computer Technology

定性的モデルに基づく因果解析システムの試作

Extended Causal Ordering System Based on Qualitative Model

坂根 清和 Kiyokazu Sakane　川岸 太郎 Taro Kawagishi　寺崎 智 Satoru Terasaki　生駒 憲治 Kenji Ikoma

（財）新世代コンピュータ技術開発機構
Institute for New Generation Computer Technology

Abstract

Causal ordering algorithm [Iwasaki 88] reasons the causality among physical variables from an acausal, formal qualitative model represented by a mixture of dynamic and equilibrium equations. However, actual physical objects can be represented by constraints using inequalities and relations among components besides equations. These constraints are also conditional, that is, each of them has applied conditions, and is efficient only if all of the conditions are satisfied. This paper explains an extended causal ordering algorithm. It can analyze the causality among variables in a qualitative model represented by various types of constraints. We implemented a prototype causal ordering system based on the extended algorithm. We report the ability and the limit of the system. The system can analyze potential causality among variables using exclusive sets of conditional constraints, although it cannot specify which conditional constraints are actually effective, because of the ambiguity of qualitative values.

1 はじめに

定性的推論で用いられる対象物理システムの定性的モデルは，物理法則などを表す平衡方程式・微分方程式などで表現される。知識表現の観点からは，これらの式を制約式として捉える事により，各制約式に含まれる変数間の双方向的な関係が１つの式でモジュール性良く表現できるので有利である。一方，定性モデルを故障診断・挙動解析などの問題解決に用いる場合には，各制約式に含まれる変数間の因果関係（データ依存方向）の情報が重要である。従って，制約表現によっては与えられない因果関係を，定性モデルを表現する制約式の集合から抽出する手法が必要となる。このような研究として，[Iwasaki 88]の Causal Ordering に基づく因果解析がある。

Causal Ordering では，連立方程式が解かれ，変数の値が決まる順序に従う変数間の因果的順序づけを行う。[Iwasaki 88]のアルゴリズムでは，対象物理モデルは，定性的な平衡方程式・微分方程式のみを用いて表現され，かつ全ての方程式は常に対象システムの挙動に対する制約として有効なものと仮定して解析を行っている。しかし，実際の物理システムを表現するには，（１）物理属性間の順序関係，構成部品同士の接続状態・位置関係，物質の相状態などの表現が必要となる。（２）一般に物理法則・構成部品の動作特性を表す制約式は適用条件を持ち，条件が満足される場合にのみ対象物理システムの挙動・状態を規制する制約関係として有効に働く。従って，これらの多様な形式の制約表現の因果解析を可能とするアルゴリズムが必要である。

本稿は，このような目的で Causal Ordering アルゴリズムの拡張を提案する。２章で，[Iwasaki 88]の基本的な考え方について説明した後，３章で定性モデルの表現に必要な制約表現形式について考察する。４章では，不等式とホーン節で表現された制約式の因果解析手法を説明する。５章では，条件付きの制約関係の因果解析について説明する。

6章では，上記アルゴリズムに基づいて試作した因果解析システムの解析結果及び課題点について考察する。

2　Causal Ordering アルゴリズム

[Iwasaki 88] の Causal Ordering に基づく因果解析アルゴリズムについて簡単に説明する。対象とする物理システムの定性モデルは，連立平衡方程式と連立微分方程式とで表現される。ここでは，本稿に関係の深い平衡方程式の因果解析について説明する。

平衡方程式の因果解析の基本的な考え方は，n個の未知変数を含むn方程式が自律的に解けることを利用した変数間の因果的順序づけである。一般に自律的に解くことのできる連立平衡方程式の集合は，次のように定義できる。

[定義1] Minimal complete set; M

以下の3条件を満足するn変数n平衡方程式の集合MをMinimal complete set という。Mは自律的に解ける。

1　k（≦n）個の平衡方程式からなる部分集合∀M'⊆Mは値が未決定な変数を少なくともk個含む。（制約冗長でないための条件）

2　m（≧k）変数k平衡方程式からなる部分集合∀M'⊆Mにたいして，もし任意の（m－k）個の変数の値が決定すれば，残りのk個の変数の値が解ける。（制約不足でないための条件）

3　Mそれ自身の内部に1，2を満たす真部分集合M'⊂Mを含まない。

因果解析では，制約式を解いて各変数の値を求めるのが目的ではないので，各制約式の関数の形や係数の定量的な数値は用いることなく，各変数が方程式に現れるか，否かの定性的な情報のみを用いる。従って，定義1の Minimal complete set Mとは，

（方程式の個数）＝（値が未決定な変数の個数）　　　　(2.1)

を満足する方程式の極小集合と定義できる。Mに含まれる変数間に因果的順序づけを定義2に従って行う。

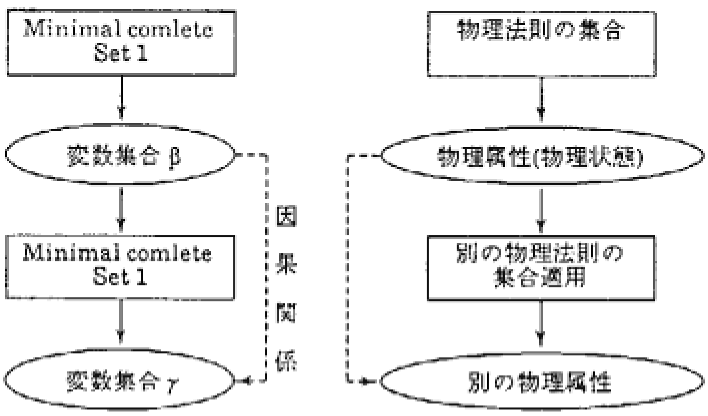

図1　静的因果関係の物理的意味

[定義2] 平衡方程式における因果関係

Minimal complete set Mに含まれる全ての変数のうち，Mの外部において値が決まっている変数の集合をβ，未決定な変数をγとする。βの値を定数化することにより，Mの連立方程式は自律的に解けて，γの各変数は値が求まる。γの各変数はβに依存するので，$\beta \rightarrow \gamma$の因果関係が存在する。これを静的因果関係と呼ぶ。

定義2の因果関係の物理的意味は，図1に示すように，ある物理法則の集合により値が決定した物理パラメータで表される物理的状態の下で，他の物理法則の集合を適用することにより，別の物理パラメータを決定することに対応する。

以上の定義を用いて平衡方程式により決まる因果関係は以下のアルゴリズムにより解析される。

＜静的システムの因果解析アルゴリズム＞

(S0) 全平衡方程式の集合をS(0)と置く。

(S1) S(N)に対して，全てのMinimal complete subset M(N)を求める。

(S2) 各Mにたいして，定義2の静的因果関係を付加する。

(S3) S(N)から∪M(N) で用いた制約式と値が決定された変数とを取り除いて
S(N+1)とする。（Derived Structure と呼ぶ）

(S4) S(N+1) = ϕ なら静的システムの因果解析終了。
S(N+1) ≠ ϕ => (S1)へ行く。

3 定性的物理モデルの表現形式

定性推論に関する研究（[de Kleer 84],[Forbus 84],[Kuipers 84],[Kuipers 85],[Nishida 87],[Ohki 88]）では，対象の構成部品の動作特性・物理法則などに対する種々のモデル表現を用いている。これらのモデル表現で表している内容は，以下のいずれかに分類される。

（１）平衡方程式
（２）微分方程式
（３）変数間の順序関係（大小関係）
（４）構造・状態を表す関係（接続状態など）
（５）（１）～（４）の条件付き制約関係

（１），（２）は，既に[Iwasaki 88]のアルゴリズムで解析可能である。残る（３）～（５）に必要な知識表現形式を制約表現と言う観点から考えてみる。

（３）は不等式で表現できる。これらの不等式は受動的にその成立・不成立をチェックされるのみでなく，能動的に変数間の順序関係を宣言するのに用いられる。定性的モデルにおいては，各変数の定量値に関する情報が不十分なため，定性的な情報から変数間の順序関係のみが得られることが多く，これらの順序関係の情報を組み合わせて対象システムの挙動を推論する必要があるからである。

（４）は対象システムにおける事実の成否を表す表現である。物理システムの事実に関する表現形式としては，

”ある条件$P_1 \wedge \cdots \wedge P_n$が成り立つ時，事実Fが成り立つこと”

を表現できることが必要である。これは，一般にホーン節を用いて表現できる。

（５）は適用条件が満足される場合のみ，対象システムに対する制約関係として有効

に働く物理法則などを表現するのに用いる。従って，前提部と帰結部から構成されるルール形式で表現する。

以上の考察より，因果解析の対象として拡張すべき物理システムの知識表現としては，以下の範囲とする。

（３'）能動的に働く不等式

$X > Y,\ X \geqq Y,\ X \neq Y$ (3.1)

（４'）事実関係を表すホーン節形式

$p(X, Y)$:- $q_1(U, V), \cdots, q_n(X, W), C_1, \cdots, C_m.$ (3.2)

ここに，

p, q_i: 接続状態や物質の相状態などの事実を表す述語

$X, Y, \cdots, W$: 部品名や物質名などを表す引数

C_i: 等式・不等式の形式の条件式

（５'）条件付き制約式；ルール表現

（cond（前提条件），rel（制約関係式）） (3.3)

次章以降で拡張した各形式の制約式の因果解析アルゴリズムを説明する。

4　拡張された制約表現形式の因果解析

4．1　不等式型の制約

等式は既知の変数値を未決定の変数に伝播する。これに対して，不等式は既知の変数値を用いて未決定の変数値の範囲を制限する。この等式と不等式との変数値の制限の仕方の相違点を考慮して，等式と不等式とが混在した制約関係を定性的に扱う場合の変数値決定に関する２種類の状態を定義する。

［定義３］

（ａ）変数値が決定した状態：等式により他の変数の値が伝播して，連立方程式の解として変数の値が決まった状態。

（ｂ）区間が制限された状態：変数の取り得る値の範囲が不等式により制限された状態。

一般に各不等式は，未決定変数の上限値または下限値のいずれか一方のみを制限する。しかし，不等式を定性的に取り扱う場合においては，どちらが制限されたのかを区別するのは困難である。次の不等式(4.1)で変数Ｘ以外のＵ，Ｖ，Ｗの値が決定している場合を考える。

$(U - V \cdot W) \cdot X > 1$ (4.1)

このとき，不等式(4.1)がＸの上限・下限のいづれを制限するのかを決めるのは，(4.1)とＵ，Ｖ，Ｗの間の順序関係に関する与えられた制約式とを用いて非線形連立不等式を解き，Ｘの値域を求める問題に帰着される。ところが，定性的モデルを用いる利点は，質量などの物理的属性の値や属性値相互間の順序関係を特定することなく，抽象的な記号で表現することである。従って，一般には非線形連立不等式を解くのに十分な数値や順序関係の制約が与えられない。

一方，因果解析が注目しているのは，物理法則などを反映した変数間の依存関係である。どの不等式によって，どの変数から他のどの変数の範囲が制限される可能性が潜在的に存在するかを知ることが，因果解析においてはより重要な目的である。従って，不

等式の集合より求まる因果関係を以下のように定義する。

［定義4］不等式における（区間決定の）因果関係

不等式型の制約関係の集合

$$I = [I_1, \cdots, I_q]$$

の各不等式I_iに対して，I_iに含まれる全変数の内，１つの変数Xを除く残り全ての変数λが，定義３（a）又は（b）の意味で決定しているならば，Xの値の範囲が制限される。よって，λ→Xへ因果関係を定義する。これを区間決定の因果関係と呼ぶ。

４．２　事実関係を表現する節形式の制約

事実を表す節形式の制約式(3.2)が与える因果関係について考察する。

まず第１点は，節形式(3.2)は”事実を表す句自体”を因果関係を解析する対象の変数として扱い，それら相互の間に制約関係を与える制約式である。句p（X，Y）において述語pは，引数X，Yの間に制約関係を与えるものではない。つまり，事実を表す述語pを通じて引数間に値が伝播されない。このことは，等式・不等式形式の制約式がその中に含まれる変数の間に値を伝播するのと異なる。(3.2)の制約関係全体を見た場合，属性値が伝播されるのは，事実を表す句p（X，Y），$q_1(U, X), \cdots, q_n(U, Y)$ 相互の間である。

第２点としては，(3.2)は右辺

$$q_1(U, V) \wedge \cdots \wedge q_n(U, W) \wedge C_1 \wedge \cdots \wedge C_m$$

が成り立つ時のみ，p（X，Y）の事実が成立することを表す。従って，これらの事実の間には単一方向の因果性が存在して，(3.2)は，条件付き制約式を用いて，

$$\begin{aligned}&(\mathrm{cond}\ (\mathrm{fact}(q_1(U, X)), \cdots, \mathrm{fact}(q_n(U, Y)), C_1, \cdots, C_m),\\&\quad \mathrm{rel}\ (\mathrm{fact}(p(X, Y))))\end{aligned} \qquad (4.2)$$

と記述できる。ここに，fact(F) は，事実Fを表す変数を意味する。

以上の考察より，事実を表すホーン節形式の制約式は，事実を表す句を因果解析の変数とし，節形式の制約関係を(4.2)のルール形式に変換することにより，条件付き平衡方程式と同様の解析に帰着できる。（解析方法は次章で説明。）

５．条件付制約式の因果解析

５．１　条件付制約式に対する因果関係

適用条件付きの制約関係は，(3.3)のように表現される。これらは，適用条件が満足される場合のみ，帰結部の制約式がActiveとなり，対象物理システムに対する制約として使用可能となる。適用条件の真偽判定が可能な状態は次のように考えられる。

μ；条件付き制約式Cの条件部の等式型条件式の全ての変数の集合（事実を表す変数を含む。）

ν；　〃　〃　不等式型条件式の全ての変数の集合

と表す。μの全ての値が定義３（a）の意味で，かつνの全ての値が定義３（a）又は（b）の意味で決定している場合に，この制約式が有効か否かの判定が受動的に可能である。μ，νは明らかにこの制約式に対する入力であるので，次の因果関係が定義できる。

［定義５］条件付き制約式への因果関係
条件付きの制約式Ｃの条件部に現れる全変数μ，νの値が決まると，この制約式が有効かどうかの判定が可能な状態となる。このとき，μ，$\nu \rightarrow$ Ｃの間に存在するメタなレベルの因果関係を定義する。この因果関係を成立条件の因果関係と呼ぶ。

成立条件の因果関係は，条件部の変数の値が決定されて条件部の成否の判定が可能となったことを示すだけで，必ずしも適用条件が成立することを保証しない。そのため，その帰結部の制約式を直ちに変数間の因果解析に用いることはできない。 図２の例を用いて，条件付き制約式の変数値伝播について考える。

Ea1: fact(connect(Bat,Res))
Ea2; $E = c_0$
Ea3: (cond (fact(connect(Bat,Res))), $E \neq 0$) ,rel ($E = I \cdot R$))

図２　条件付き制約式

（１）事実を表す変数connect(Bat,Res)は，Ea1で真であることが決まり，Ea3の最初の条件を満足する。一般に事実を表す（句形式の）変数は，その事実が成立するか否かの（真・偽）２値変数であるので，定性的なモデルの取り扱いでもその値が一意に決まり，他の制約式の条件を満足するかがただちに判明する。

（２）変数Ｅの値はEa2で決定されるが，その値がEa3の２番目の条件を満足するかどうかは，実際にc_0の数値を具体化してＥの実数値を求めないと判明しない。一般に速度・温度などの物理属性を表す変数Ｅは実数値を持つ。変数の”値が決定されること”は定性的な扱いでも容易に解析できるが，その決定された値により他の条件付き制約式の条件部を満足するかどうかは，変数の値を定量的に求めない限り決められない。

これは，因果解析では物理モデルの各制約式を定性的に取り扱うことに起因する定性的なあいまいさに基づく限界である。因果解析では，条件付き制約式を用いた潜在的な因果関係を解析して，対象物理システムの理解を行うことを目的とする。

５．２　排他的な制約式集合を用いた潜在的な因果関係の解析

物理法則や構成部品の動作特性などは，排他的な条件の下で成立するいくつかのAlternativeな制約式で表される場合が多い。このような排他的な制約集合を含む制約集合に対しては，潜在的な因果関係のパスを全て求めることにより，対象システムに内在する変数間の依存関係を理解することができる。

図３に示す制約集合の因果関係を考えてみる。Eb3,Eb4の各制約式の条件部が互いに排他的な条件を持つ。従って，{Eb3, Eb4} は互いに排他的な制約式の集合である。このとき，Eb1によりＴの値が決まると，その値によらず排他的な制約集合 {Eb3,Eb4} の内いずれかの制約式が有効となる。このような場合，図４のように変数Ｔの変数値決定によって排他的な制約集合 {Eb3,Eb4} のうちどれかを有効にする選択スイッチを駆動すると考える。選択スイッチがActiveになると，その下の制約式は全て因果解析に使用できるものと考える。ただし，各制約式は選択スイッチによって指定されるある環境の下でのみ有効とする。図４の例では，変数Ｔの決定により Eb3 は Env1 ($T \leq T_b$) の下で

有効となる。従って，Eb3 を用いて決定される変数Vについても，やはり Env1 においてのみ値が決定したものとする。

Eb1: $T = c_1$
Eb2: $P = c_2$
Eb3: $(\mathrm{cond}(T \leqq T_b),\ \mathrm{rel}(V = c_4 \cdot T + c_5))$
Eb4: $(\mathrm{cond}(T > T_b),\ \mathrm{rel}(P \cdot V = c_3 \cdot T))$

T; 温度, T_b; 沸点,
P; 圧力, V; 体積

図3　排他的な条件付き制約式

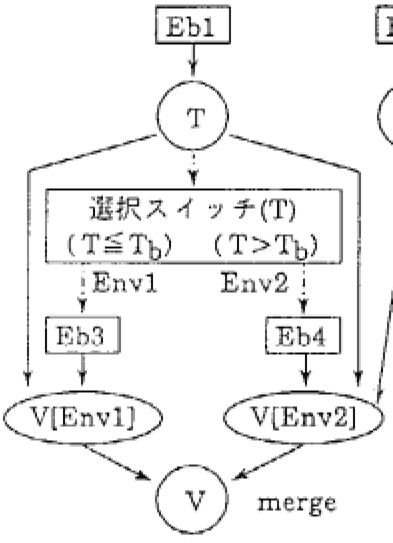

図4　排他的な制約集合の選択スイッチ

さらに，図3に示す制約集合の例においては，変数Pの値がEb2で決定されているため，排他的な環境{Env1, Env2}のいずれにおいても変数Vの値が決定される。このとき，排他的な環境{Env1, Env2}において，変数Vを決定する制約式は異なる。しかし，変数の依存関係のみに注目すれば，選択スイッチ（T）より下流側の排他的な環境{Env1, Env2}のいずれにおいても，T→Vへのデータフローは等しい。従って，排他的環境で決定されたV[Env1]とV[Env2]とをマージして，変数Vの値を条件なしで決定された変数として取り扱うことができる。

以上の考察より，排他的な条件付き制約集合を含む制約式集合の潜在的な因果関係は次のような過程で解析できる。

(C1) 適用条件付き制約式の条件部に記述された全ての等式・不等式P_iのうちから，互いに排他的な条件毎にまとめて排他的集合$P = \{P_1, \cdots, P_h\}$とする。各排他的条件集合Pにたいして選択スイッチ$\mathrm{Selector}(\phi_P)\{P_1, \cdots, P_h\}$を作る。選択スイッチの各条件式に対応する排他的な環境を割り当てる。

$$\mathrm{Selector}(\phi_P)\{\mathrm{Env}\text{-}P_1, \cdots, \mathrm{Env}\text{-}P_h\}$$

ただし，ϕ_P; 排他的な条件式の集合Pに含まれる変数。

(C2) 各適用条件付き制約式Cに対して，条件部に含まれる全ての条件式に対応する選択スイッチの環境の積をこの制約式が因果解析に使用できるための環境とする。

$$C\,[\mathrm{Env}\text{-}P_j \wedge \cdots \wedge \mathrm{Env}\text{-}Q_k] \qquad (5.1)$$

（適用条件のない制約式は，C[[]]となる。）全ての制約式をInactiveな制約集合に入れる。

(C3) ϕ_Pの全変数の値が定義5の意味で決定した時，排他的選択スイッチ$\mathrm{Selector}(\phi_P)$の下の排他的環境$\{\mathrm{Env}\text{-}P_1, \cdots, \mathrm{Env}\text{-}P_h\}$を全てActiveにする。
$\phi_P \rightarrow \mathrm{Selector}(\phi_P)$への成立条件の因果関係を付加する。

(C4) (5.1)の全環境がActiveとなった制約式Cを有効な制約式の集合に追加する。定義5（直接的には，Cを有効にする環境を持つ選択スイッチ→Cへ）の成立条件の因果関係を付加する。

(C5) 有効な制約式の集合のみを用いて因果解析を行う。各変数の変数値を決定するのに用いた制約式の有効環境の積を求め，これをその変数の変数値が決定した環境とする。排他的な全ての環境で値が決定した変数はマージして，条件なしで値が決定した変数とする。==> (C3)へ行く。

6　インプリメント／解析結果

上記の拡張アルゴリズムに基づく因果解析システムを，Prolog上に試作した。現在の

Ec1; $A < C$　　　　$c_1, \cdots, c_4$: 定数
Ec2; $C = c_1$　　　　f_1, f_2: 関数
Ec3; $f_1(B, D) = c_2$
Ec4; $B + 2 \cdot D = c_3$
Ec5; $Z = f_2(C)$
Ec6; $X + V = c_4$
Ec7; (cond([$C \leqq D$, $A < B$]), rel($Z = V$))
Ec8; (cond([$C > D$, $A < B$]), rel($Z = V + 1$))
Ec9; (cond([$A = B$]), rel($X = V$))
Ec10; (cond([$B < A$]), rel($X = V^2$))

図5　制約式集合1

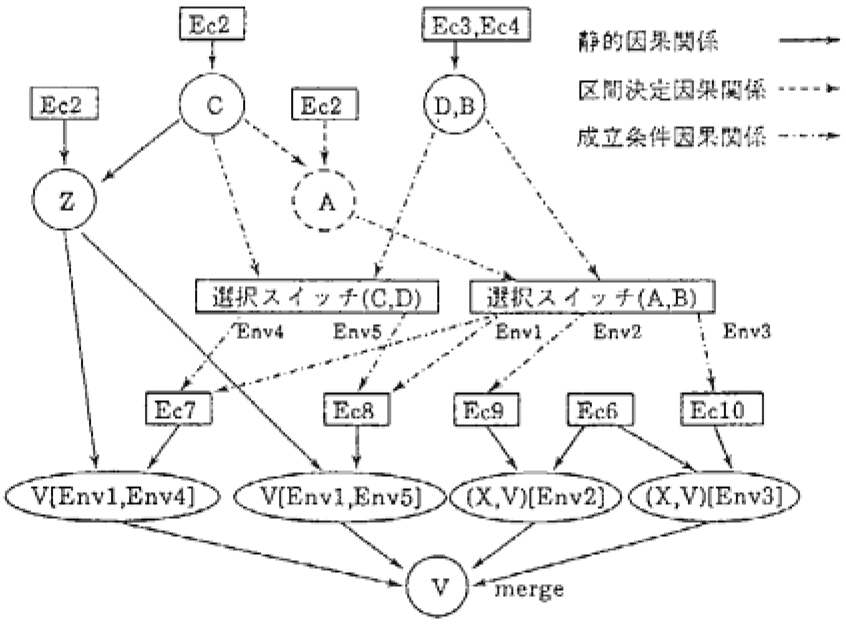

図6　制約式集合1の因果解析結果

システムでは，排他的な条件式としては，{X＜Y，X＝Y，X＞Y}，{X≦Y，X＞Y}，{X＝Y，X≠Y}の３種類の型のみをインプリメントしている。

この因果解析システムを用いて，条件付き制約式を含む図５に示す制約式集合の因果解析を行った結果について考察する。排他的な条件付き制約式に対する選択スイッチとして，

Selector(A, B) = {A < B [Env1], A = B [Env2], B < A [Env3]}
Selector(C, D) = {C ≦ D [Env4], D < C [Env5]}

が生成される。この例では，これらの各制約式の条件部に含まれる変数及び帰結部に含まれる変数はそれぞれ等しい。従って，変数間のデータフローのみを考える場合，これらの排他的な制約式は全て等しい制約である。よって，

{V [Env1, Env4], V [Env1, Env5], V [Env2], V [Env3]}

はマージして条件なしの変数Ｖに置き換える。因果解析結果を図６に示す。

次に，図７に示す制約式集合の因果解析について考える。この例では変数[A, B]の値が決定した後，選択スイッチで選択される排他的な各環境

{A < 0 [Env6], A ≧ 0 [Env7]}

の下における変数間のデータフローが図８に示すように異なる。従って，排他的な全ての環境で変数値が求まる変数[X, Y]をアルゴリズムに従いマージすると変数間のデータフロー（因果関係）がループを成し，各環境で因果関係が異なることが分からなくなる。従って，単純なマージは行えない。一方，マージを行わないと，それ以降の全ての因果

Ed1; $A = c_5$
Ed2; $U = c_6$
Ed3; (cond([A < 0]), rel(X = U))
Ed4; (cond([A ≧ 0]), rel(Y = U))
Ed5; $Y + X = c_7$

c_5, c_6, c_7; 定数

図７　制約式集合２

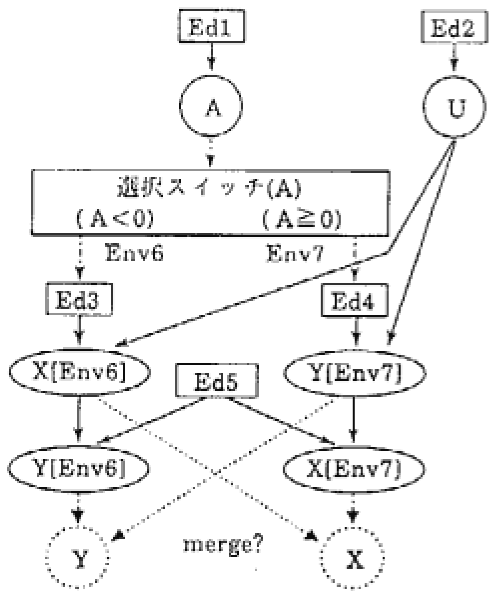

図８　制約式集合２の因果解析結果

解析を各々の環境で別々に行うことになる。排他的な条件の集合が多数存在する物理モデルにおいては，排他的条件の集合の個数に対して計算量が組み合わせ爆発を生じる。対象物理システムの本質的な因果関係を理解し易く，排他的な環境のコントロールを行うなどのメタな制御を必要とする。この点は今後の検討課題である。

7　まとめ（今後の課題）

平衡方程式以外に不等式や事実を表現する節形式の表現，さらには適用条件付きの制約関係を用いて表現された物理モデルを定性的に取り扱い，変数間の因果関係を求める方法について提案し，インプリメント結果と課題について説明した。

因果解析の目的は，物理パラメータ間の Cause-Effect 関係により，定性的モデルの挙動を深い知識を用いて説明することである。しかし，因果解析手法は，制約表現により失われた因果関係を与えられた制約式の集合から回復する一般的な手法であり，対象を定性的モデルに限るものではない。たとえば，因果解析結果の変数間のデータフロー解析と見做せば，制約式を効率良く解く順序の制御情報として用いることができる。また，因果解析過程自身が制約の冗長・不足の検出過程とも見做し得る。この観点からは，因果解析は一種の制約解析手法としても応用可能な基礎技術と考えている。

今後の課題としては，排他的環境の下で変数間に異なる因果関係のパスが存在する場合の処理アルゴリズムの確立がある。現状の試作システムは，排他的な条件付き制約集合を含む物理モデルの潜在的な因果関係の解析が可能である。ただし，定性的な制約式の取り扱いのみでは，複数の潜在的な因果関係のパスの内，実際に有効な因果関係のパスを特定できない。このため，排他的な環境毎の因果解析を必要とする。排他的な制約集合が多数存在する場合に組み合わせ爆発を生じる可能性が有るが，これを回避するためのメタな制御方法を確立することが必要である。

【参考文献】

[Forbus 84] Forbus, K. D., Qualitative Process Theory, Artificial Intelligence 24, pp.85-168, 1984.

[Iwasaki 88] Iwasaki, Y., Model Based Reasoning of Device Behavior with Causal Ordering, PhD thesis, Carnegie Mellon University, 1988.

[deKleer 84] de Kleer, J. & Brown, J. S., Qualitative Physics Based on Confluence, Artificial Intelligence 24, pp.7-83, 1984.

[Kuipers 84] Kuipers, B., Commonsense Reasoning about Causality: Deriving Behavior from Structure, Artificial Intelligence 24, pp.169-203, 1984.

[Kuipers 85] Benjamin Kuipers, Qualitative Simulation in Medical Physiology: A Progress Report, MIT LCS TM-280.

[Nishida 87] 西田豊明，堂下修司，定性的推論における変数の不連続変化の取扱い，情報処理学会研究会（知識工学と人工知能）資料 50-4 (1987.1.16), 1987.

[Ohki 88] 大木優他，物理法則に基づいた定性推論，情報処理学会誌，Vol.29, No.7, pp.694-702, 1988.