空間運動の束縛に関する知識表現方法

堀内 英一
新世代コンピュータ技術開発機構

1．はじめに

対象物を把握する問題はより一般的には対象物に接触関係を与えて空間運動を束縛する問題と等価である。接触関係として点接触，線接触，面接触など接触部分の形状を基にした表現が利用されてきたがこの問題をあつかうには記述力が弱い。ソリッドモデルも利用できるが幾何学的形状の特徴をうまく記号化できない問題がある。そこで幾何学的形状を直接あつかわずに接触関係の性質を特徴付けることができる知識表現を与え，その上で物体の空間運動の束縛に関する推論を定式化する。

2．準備

接触関係の解析ではある座標系でみたベクトルを別の座標系でみたベクトルに変換する必要がある。ここではベクトルの並進，回転を表わす変換に同次変換を用いる。変換後のベクトルは同次変換行列Tと変換前のベクトルの積で得られる。

$$T=\left[\begin{array}{ccc|c} n & o & a & p \\ \hline & 0 & & 1 \end{array}\right] \qquad J=\left[\begin{array}{c|c} n^t & (p\times n)^t \\ o^t & (p\times o)^t \\ a^t & (p\times a)^t \\ \hline 0 & \begin{array}{c} n^t \\ o^t \\ a^t \end{array} \end{array}\right]$$

ここでn，o，aは回転変換を表わす(3×1)ベクトル，pは並進変換を表わす(3×1)ベクトルである。行列Tは座標系の間の位置関係を表す数学的表現として利用する。ここでは束縛された物体の運動を議論するので物体の空間運動はすべて微小運動とし，これを微小運動ベクトルで表わす。微小運動ベクトルは座標系の軸方向，軸回りの微小変位を要素とする(6×1)ベクトルであり，要素が運動自由度を表す。ある物体を考えその上の異なる２点に座標系を固定する。物体が微小運動したとき一方の座標系で見た微小運動ベクトルDが既知とする。このとき他方の座標系で見た微小運動ベクトルD' には微小運動ベクトル変換行列JよりD'＝JDの関係が成り立つ。

3．接触関係に関する基本概念

局所的形状と接触関係

対象物は部分的に凹形状をもつ凸立体図形とし質量のない剛体と仮定する。対象物の運動は６自由度の空間運動としすべて微小運動としてあつかう。摩擦の存在を考慮し物体が滑らずに転がるような運動も含む。

形状の扱いを容易にするため対象物を局所的形状という基本要素から構成する。局所的形状として平面，円柱面，球面，稜，頂点，および凹円柱面，凹球面，凹稜，凹頂点の凹形状を考える。凹形状は凸形状の組合せで構成できるが処理の容易さから独立した局所的形状とする。物体間の接触関係は局所的形状の組合せで定義する。

接触部分の相対運動の運動自由度の並進と回転の６自由度あるが，接触関係により一部の自由度が束縛される。運動自由度は接触関係を特徴付ける性質であり接触関係は面接触，線接触，点接触に分類される。凹形状まで考えると２点接触（凹稜と球面），２線接触（凹稜と円柱面），円周接触（凹頂点と球面），拘束点接触（凹頂点と頂点），拘束線接触（凹稜と稜）がある。

接触座標系

接触座標系を接触部分で与えた接触点を原点とする直交座標系で定義する。X軸は接触点法線方向，対象物内部を正にとる。解析が容易になるようY，Z軸は右手系に従いできる限り同じ向きに決める。特に局所的形状に方向性がある場合はY軸をその方向に設定する。例えば局所的形状が円柱面であればY軸を円柱軸と平行にとる。

局所的運動制約

微小運動ベクトルの要素に制約のタイプをラベル付けしたデータ表現で接触関係で決まる運動自由度の束縛を表し局所的運動制約と呼ぶ。制約のタイプに無束縛の自由な状態(F)，摩擦による運動の束縛(S)，物体の存在による運動領域の制限(B)，物体の存在による運動の束縛(G) を考える。タイプB，Gは対象物の接触する物体内部に入り込む運動を禁止する幾何学的制約である。運動領域が正(負)区間の場合はB+(B-)と表し，B+とB-が重複してラベル付けされた場合はGと等価である。タイプSは接触部分の摩擦力で運動が束縛される力学的制約である。また制約のタイプに外乱への強さの順序F＜S＜SB，F＜B＜SB，SB＜Gを与え，（SBはSとBが重複）複数のタイプを重複してラベル付けした場合はより強い方をとる。表１に接触関係と局所的運動制約を示す。

4．推論規則による定式化

制約のタイプの幾何学的整合性

A Knowledge Representation Method for Spatial Motion Constraints
E. Horiuchi
Institute for New Generation Computer Technology

接触座標系とその位置関係，対象物が接触関係から受ける局所的運動制約が与えられて，束縛を満足する対象物の自由な運動を求める問題を図１のように定式化する。接触座標系間の位置関係は同次変換行列Ｔで記述する。微小運動ベクトルの関係は微小運動ベクトル変換行列Ｊで記述され，異なる接触座標系でみた運動自由度の線形関係を表わす。局所的運動制約では微小運動ベクトルの要素に制約のタイプがラベル付けされるので，これが現実の接触関係を幾何学的に矛盾なく記述できることを解析し，必要に応じて更新する手続きが必要である。

推論規則

局所的運動制約の整合性の解析は(1) 接触関係の集合から接触関係の２つ組をとり，(2) その間の線形関係式の幾何学的整合性を推論規則で解析し，(3) 必要であれば局所的運動制約のラベル付けを変更し，(4) すべての接触関係の組に(1),(2),(3)を適用するという手順で行う。線形関係Ｄ'＝ＪＤ の解析は左辺の局所的運動制約Ｄ' に対して右辺の局所的運動制約Ｄを整合性を満足するよう更新する。逆の関係Ｄ＝Ｊ'Ｄ'はこれと独立に解析する。幾何学的整合性を特徴付ける推論規則として

(a) 左辺の要素がタイプＢの式を優先的に解析する

(b) 左辺の要素がＢ+(Ｂ-)のとき右辺の正係数の要素をＢ+(Ｂ-)，右辺の負係数の要素をＢ-(Ｂ+)とする

(c) 右辺にタイプＦの要素が１個あり他の要素がすべてＳ(Ｇ)であればその要素をＳ(Ｇ)とする

を考える。タイプＢの要素では接触関係が破れる可能性があり，規則ａでこれを先に解析してタイプＧに変更できれば接触は保たれる。規則ｂは要素の係数の正負に基づく運動領域の制限の接触関係の間の伝播を表わす。規則ｃは運動の束縛の伝播を表わす規則の一例である。

束縛を満足する対象物の運動

右辺にタイプＦの要素が複数あればその線形結合は接触関係を満足する対象物の自由運動を表わす。ただし接触を保つために線形関係式にタイプＢの要素がないことが必要である。束縛を満足する対象物の運動は局所的運動制約でタイプＦの要素の表わす運動自由度と規則ｄから求まる線形結合の表わす運動自由度の共通部分となる。

(d) 右辺にタイプＦの要素が複数あり線形関係式にタイプＢの要素がなければ，それらの要素の線形結合が束縛を破らない対象物の自由な運動を表わす

【例題】図２に頂面と底面に摩擦のある点接触が与えられた立方体と接触座標系Ａ，Ｂを示す。Ａ→Ｂの同次変換行列Ｔと微小運動ベクトル変換行列Ｊを示す。座標系Ａでみた接触関係より決まる局所的運動制約Ｄは

[ｄx(B+), ｄy(S), ｄz(S), δx(F), δy(F), δz(F)]'

座標系Ｂで見たＤ' も同様である。線形関係Ｄ'＝ＪＤ にて規則ａ，ｂより線形関係式ｄx'(B+)＝－ｄx(B+)を解析するとｄx にタイプＢ－が付くのでｄx(G)と更新する。規則ｃを線形関係式ｄy'(S)＝ ｄy(S)＋ｈ・δz(F)およびｄz'(S)＝－ｄz(S)＋ｈ・δy(F)に適用すると，結局，

[ｄx(G), ｄy(S), ｄz(S), δx(F), δy(S), δz(S)] となる。

Ｂ→Ａの同様な解析より次の局所的運動制約を得る。

[ｄx'(G), ｄy'(S), ｄz'(S), δx'(F), δy'(S), δz'(S)]'

線形関係式δx'(F)＝δx(F) およびタイプＦの運動自由度δx, δx'は線分ＡＢを軸とする物体の回転運動を表す。

$$T=\left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 0 & h \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad J=\left[\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & h \\ 0 & 0 & -1 & 0 & h & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right]$$

表１ 接触関係のタイプと局所的運動制約

接触関係のタイプ	ｄx	ｄy	ｄz	δx	δy	δz
摩擦有り点接触	B+	S	S	F	F	F
摩擦有り線接触	B+	S	S	S	F	G
摩擦有り面接触	B+	S	S	S	G	G
摩擦有り２点接触	B+	S	G	S	S	F
摩擦有り２線接触	B+	S	G	G	S	G
摩擦有り円周接触	B+	G	G	S	S	S
摩擦有り拘束点接触	B+	G	G	F	B	B
摩擦有り拘束線接触	B+	S	G	G	B	G

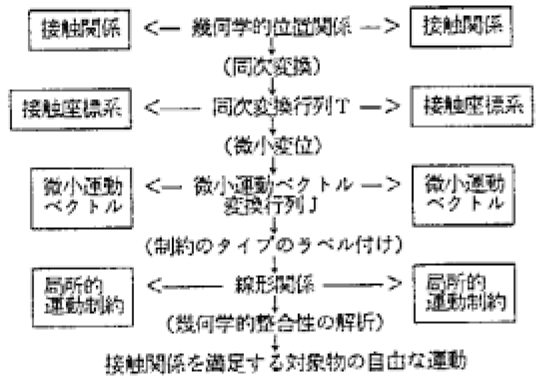

図１ 定式化の枠組み

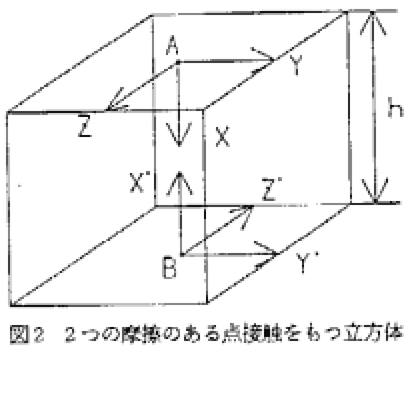

図２ ２つの摩擦のある点接触をもつ立方体