TM-0707

抵触関係に基づく
空間運動の束縛に関する推論

堀内英一

March, 1989

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03) 456-3191~5
Telex ICOT J32964

Institute for New Generation Computer Technology

接触関係に基づく空間運動の束縛に関する推論

（財）新世代コンピュータ技術開発機構　　堀内 英一

Contact Relation Based Reasoning about Spatial Motion Constraint

E. Horiuchi　Institute for New Generation Computer Technology

Abstract: A framework which represents spatial motion constraints of objects by contact relations is presented. Global motion constraints of an object are determined by local motion constraints at contact points with other objects. Geometric consistency among the local motion constraints is checked by constraint analysis.

1．はじめに

マテリアルハンドリング，ジグの設計，汎用ロボットハンドによる物体の把握などの工学的アプリケーションに共通する問題は対象物の空間運動を目的に応じて束縛する問題である。この報告では他の物体と接触関係にある対象物について接触点で局所的な運動の制約が与えられたとき対象物の大域的に許容される運動を求める問題を論じる。まず局所的運動の制約条件を解析して整合性のある制約を求め，次にそれらを総合して大域的な運動を求める。幾何学的整合性に基づく空間推論による定式化を試みるアプローチをとる。

2．同次変換

空間の物理量の記述にマニピュレータの記述で利用される同次変換[1]を用いる。任意の同次変換は並進変換と回転変換の組合せで表現できる。2つの異なる直交座標系は並進運動と回転運動の組合せで互いに移りあうので同次変換は直交座標系の間の変換として解釈できる。一方の座標系からもう一方の座標系への変換を行列で表現したものを同次変換行列といい，一般に次の形になる。

$$T = \left[\begin{array}{c|c} n \ o \ a & p \\ \hline 0^t & 1 \end{array}\right]$$

ここでn，o，aは座標系の向きを表わすベクトル，pは座標系の原点を表わすベクトルである。次に同次変換行列Tで移りあう座標系の間の微小運動ベクトルの変換を考える。微小運動ベクトル $D = [dx, dy, dz, \delta x, \delta y, \delta z]^t$ は座標系の軸方向，軸回りの微小変位を並べたベクトルである。これはその上の異なる2点にそれぞれ座標系を固定した剛体が微小に運動した場合に，一方の座標系でみた微小運動ベクトルが既知としてもう一方の座標系でみた微小運動ベクトルを求める問題と等価である。Tで移される先の座標系でみた微小運動ベクトルは基準となる座標系でみた微小運動ベクトルと次の微小運動変換行列Jの積になる。

$$J = \left[\begin{array}{c|c} n^t & (p \times n)^t \\ o^t & (p \times o)^t \\ a^t & (p \times a)^t \\ \hline & n^t \\ 0 & o^t \\ & a^t \end{array}\right]$$

3．基本概念

定式化における仮定，基本概念について述べる。

対象物

対象物の形状は部分的に凹形状をもつ凸立体図形とし，物理的には質量を持たない剛体を考える。本報告の議論では外力の作用は考慮しない。

運動

6自由度の空間運動を対象とし運動に伴う時間経過を無視した仮想変位とする。また高次項を無視した線形近似である微小運動のみを扱い運動は微小運動ベクトルで記述する。摩擦の存在を考慮し物体が滑らずに転がることは許す。

局所的形状

形状の扱いを容易にするため対象物は局所的形状という基本要素から構成されると仮定する。局所的形状として平面，円柱面，球面，稜，頂点，および凹円柱面，凹球面，凹稜，凹頂点の凹形状を考える。凹形状は凸形状の組合せで構成できるが処理の容易さから独立した局所的形状とする。物体間の接触関係は局所的形状の組合せで定義する。

接触座標系

接触関係の記述に接触座標系を導入し，接触部分で与えた接触点を原点とする直交座標系で定義する。X軸は接触点法線方向にとり，注目する対象物内部を正の向きとする。Y，Z軸は右手系により適当に決めるが局所的形状に方向性がある場合はY軸をその方向に設定する。例えば局所的形状

が円柱面であればＹ軸を円柱軸と平行にとる。

局所的運動制約と接触関係のタイプ

接触関係の分類を考える。接触部分で可能な運動は接触座標系の軸方向の並進と軸回りの回転の６自由度あるが接触関係により一部の自由度が束縛される。これを局所的運動制約と定義する。これに基づけば接触関係は面接触，線接触，点接触に分類される。凹形状まで考えると２点接触（凹稜と球面），２線接触（凹稜と円柱面），円周接触（凹頂点と球面），拘束点接触（凹頂点と頂点），拘束線接触（凹稜と稜）が存在する。また摩擦の有無で以上のタイプはさらに２つに分類される。例えば粗い平面と球面から生じる摩擦のある点接触では，接触座標系のＸ軸方向の並進は運動領域が制限され，Ｙ，Ｚ軸方向の並進は束縛されるが，各軸回りの回転は自由である。もし摩擦がないとするとＹ，Ｚ軸方向の並進運動が自由になる。

接触条件

接触関係を特徴付ける一般的性質には局所的運動制約の他に安定性，移動性があり，これらを接触条件とよぶ。接触関係の安定性とは接触部分が滑ったとき接触関係のタイプが変化しない性質である。接触関係の移動性とは物体の転がりで接触点が移動する性質である。前の例の摩擦のある点接触では，接触点が滑っても接触関係のタイプは不変なので接触関係は安定であり，球面の転がりで接触点が移動するので接触関係は移動性がある。

４．空間推論による定式化

接触関係における局所的運動制約は微小運動ベクトルの要素に制約を付加して表現する。制約はＦ（自由），Ｃ（束縛），B^+, B^-(運動可能領域の範囲）を考える。例えば摩擦のある点接触では各要素の制約は順にB^+, C, C, F, F, Fとなる。本報告では接触関係のタイプは点接触に限定し，接触条件は局所的運動制約だけを用いて定式化を試みる。接触座標系が定義された各接触関係について制約の付加した微小運動ベクトルが得られる。接触座標系は同次変換行列で関係付けられるので，これらの微小運動ベクトルは互いに微小運動変換行列で関係付けられる。この関係は微小運動ベクトルの要素の線形関係を表わす。この線形関係より微小運動ベクトルに付された制約が満足すべき幾何学的整合性が導かれるので制約の解析が必要となる。局所的運動制約の解析は次の手順で行う。

(1) 接触関係の集合から接触関係の２つ組をとる
(2) 整合性を満たす局所的運動制約を求める
(3) より強い制約を新たな局所的運動制約とする
(4) (1),(2),(3) をすべての可能な組に適用する

制約の強さはＦ＜Ｂ＜Ｃとし，制約B^+かつB^-は制約Ｃを意味する。微小運動ベクトルの関係式の左辺の局所的運動制約と幾何学的整合性を満たすように右辺の局所的運動制約を変更するとする。幾何学的整合性として次の推論規則を考える。

(a) 制約B^+, B^-を含む式を優先的に解析する
(b) 左辺の要素が制約B^+(B^-)のとき，右辺にある係数が正の要素はその制約をB^+(B^-)，係数が負の要素はその制約をB^-(B^+)とする
(c) 右辺に制約Ｆの要素が１個あり他の要素がすべて制約Ｃならばその要素の制約をＣとする

対象物の大域的に許容される運動は得られた局所的運動制約のうち制約Ｆ, B^+, B^-をもつ微小運動ベクトルの要素の線形結合で求められる。

（例題）図１の２つの摩擦のある点接触をもつ直方体について局所的運動制約を解析する。座標系Ａ，Ｂでみた微小運動ベクトルをＤ，Ｄ' とし各要素に付した制約を()で示す。ＡからＢへの同次変換行列Ｔと微小運動変換行列Ｊは次のようになり微小運動ベクトルの関係式は$D' = JD$となる。

$$
T = \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 0 & 0 & h \\ 0 & -1 & 0 & d \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
\quad
J = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -h \\ 0 & 0 & 1 & d & -h & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]
$$

$$D = [dx(B^+), dy(C), dz(C), \delta x(F), \delta y(F), \delta z(F)]$$

規則ａに従いまず次の式から制約を解析する。

$$dx'(B^+) = -dx(B^+) + d \cdot \delta z(F)$$

規則ｂより要素dx の整合的な制約はB^- となる。dx の元の制約はB^+ なので，結局dx の制約はＣとなり完全に束縛される。要素δz の整合的な制約は同様にしてB^+ となるが，元の制約はＦなのでより強い制約をとってB^+ を制約とする。

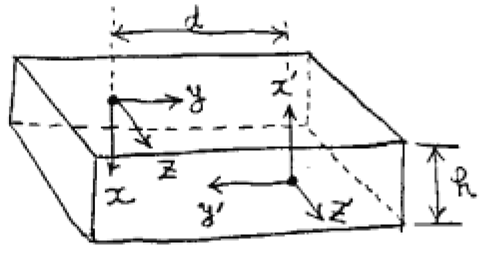

Fig. 1　A rectangular solid with two point contacts

参考文献

1) Paul, R.P. : Robot Manipulators, The MIT Press (1981)