TM-0413

補完的推論の実現に関する考察

有馬　淳

November, 1987

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03) 456-3191～5
Telex ICOT J32964

Institute for New Generation Computer Technology

補完的推論の実現に関する考察

Study on Computing Method for Supplementary Inference

有馬 淳

(財)新世代コンピュータ技術開発機構

<概要>

一般的に成り立つ事柄を補うことで、常識的な推論結果を導く推論をここでは補完的推論と呼ぶ。補完的推論の実現上のいくつかの問題点が示され、これらに対して解決方法が手短かに報告される。

1.はじめに

従来の論理(古典論理)では、ある知識(公理の集合)から証明できた事柄(定理)は、その知識に将来どんな知識が加わろうと、必ずその新しい知識からも証明できることが保証されていた。古典論理では、言わば、未来永劫成り立つ真理だけを証明することに関心があるのに対し、非単調推論では、古典論理が推論結果の正確さを求めるあまりに証明できずにいるいくつかの事柄を導出させることに関心がある。それは、人間の直観や、常識的な推論、即ちなんらかの論理的飛躍のある推論を形式化しようとする試みでもある。

ここでは、非単調推論のひとつであるReiterの暗黙推論(default reasoning)等に代表される推論、即ち一般的に成り立つ事柄(≃常識)をできるだけ補うことにより常識的な推論結果を増やした推論－ここでは、"補完的推論"と呼ぶ("常識推論"はより広い意味で用いられる)－を実現するための考察がなされる。

補完的推論はある意味で制限問題(qualification problem [McCarthy '80]) を直接扱う。制限問題とは、あることが成立することを正確に記述しようとすると、一般に無数の例外事象を除く前提条件が必要となることであって、それはそういった文を書くことも、また扱うことも実際的でないことを意味している。例えば"鳥が飛ぶ"ということを正確に書こうとすると、

$$\forall x.Bird(x) \land \neg(Penguin(x) \lor Ostrich(x) \lor \cdots) \supset Fly(x) \quad \cdots\cdots \text{(A1)}$$

となり、無数の例外条件リスト"ペンギンでも駝鳥でも…なければ"を含まなければならない。補完的推論は"鳥である"事実からまさに"飛ぶ"ということを結論づけようとする推論である。

2.補完的推論の実現に関する考察

2.1一般的議論

補完的推論を実現するうえで、望まれる性質と現在提案されている2つのアプローチを比較、検討する。

①無矛盾性(consistency)を保つ

まず第一に必要なことは、無矛盾性を保つことである。矛盾した前提からは任意の文が定理となり、論理をベースとした推論系では、その推論が有用なものであるためには無矛盾であることは最低限必要である。非単調論理は、本質的に常に導出した定理が、新たな公理の導入により、矛盾を引き起こす可能性を持つ。そのために、矛盾する定理を定理でなくする必要がある(その性質、定理の集合が公理の増加とともに単調に増加しないことから"非単調推論"と呼ばれる)。そういった非単調推論を形式化する方法は大きく2つに分けられる。

手法Ⅰ:ある設定された仮定が現在の知識と無矛盾であればそれを正しいとする。－ex. default logic [Reiter '80], non-monotonic logic I [McDermott '80], auto-epistemic logic [Moore '85]。

手法Ⅱ:現在の知識の全ての極小モデル(minimal model)上で成立する文を正しいとする方法(従って、本質的に現在の知識に無矛盾な仮説が生成される)。－ex. circumscription [McCarthy '80, '86]。

②(部分的)決定可能(decidable)であること

実現するうえで妥当性問題において決定可能(少なくとも部分的決定可能)であることは最も望ましい性質の1つである。上記Ⅰ、Ⅱの手法をこの点からみてみると、両者とも問題点があることが分かる。

手法Ⅰ:本質的に"文Sが公理の集合Aに対して無矛盾であることの証明"が推論過程に必要となる。無矛盾性であることの証明は、その論理が一階述語論理の文を含む限り一般的に部分的決定可能でさえないことが知られている。

手法Ⅱ:二階の公理として表記される(この例外は述語変数を含まない pointwise circumscription [Lifshitz '86] であるが、これは補完的推論を行うことができないため除外す

る)。二階述語論理では妥当性問題は部分的決定可能でさえない。

しかし手法IIに関しては、扱う公理(一階述語論理式)の集合がある形に変形できた場合には、circumscription のある有効な解を機械的に求める方法が Lifshitz によって明らかにされた[Lifschitz '85]。

③数学的性質が明確であること

その利点は改めて強調するまでもないであろう。形式的にみると、手法Iに対してIIのアプローチは数学的モデルを与えることができ、加えて証明論的にも明確であり、この点からみると明らかにIIのアプローチが優れている。

以上の考察により、少なくとも現時点でIIのアプローチによる実現がより有望であるとの見通しを得る。そこで次節からは、IIのアプローチに限ってより詳細に検討する。

2.2. Circumscription アプローチのより詳細な検討－Tweety は本当に飛べるか?

Circumscription(極小限定)は、人間の常識を使った推論の一面を数学的に形式化している。circumscription では、現在の知識(与えられた公理の集合)は、極小限定(circumscribe)された述語の外延(extension)が極小(minimal)となるモデル上で解釈される。つまりそれを制限問題に照らして考えると、例外的性質を表す述語を極小限定、つまり明らかに例外であることが示されない限り例外でないと思うことにより、常識的な推論結果を期待するのである(注:制限問題を解決するためには、極小限定する述語－以後、"極小限定述語"と呼ぶ－だけでなく、それに応じて変化する述語変数が必要である [Etherington '84])。補完的推論の形式として使うのは、変数を含めた形式化であるLifschitz の優先順位つきの(prioritized) general circumscription で十分であることが予想されるため、本稿ではこのバージョンのみを考える)。

例題1)さて、"鳥は(一般的に)飛ぶ"は、「鳥はそれが例外的(abnormal)でない限り飛ぶ」と考えて、

$$\{\forall x.\mathrm{Bird}(x) \land \neg \mathrm{Ab}(x) \supset \mathrm{Fly}(x), \qquad \cdots\cdots \ (\mathrm{B1})$$
$$\mathrm{Bird}(\mathrm{Tweety})\} \qquad \cdots\cdots \ (\mathrm{B2})$$

等と書ける。ここでAb述語を極小限定すると、現時点でAbであることが示されるどんな事実も存在しないので、Abの外延が空であるものが{B1,B2}のモデルとして選ばれる。即ち、Ab＝λx.(false) であり、鳥であるTweetyはまさに飛ぶことが結論ずけられる。

Circumscription の証明論的記述は次の文を与えられた公理に加えることでなされる[Lifschitz '85]。ここでA(P,Z)は公理の集合、Pは述語定数の組、ZはPに現れない関数や述語定数の組、二項関係⊃、≡は二項の対応する述語の間でこの関係が成り立つことを表す(例えば、$\forall x.(p(x) \supset P(x))$ は、$\forall x.(p1(x) \supset P1(x)) \land \cdots$ 。p1,P1 はそれぞれ p,Pの要素で、対応する述語)。

$$\forall p.z.(\ A(p,z) \land \forall x.(p(x) \supset P(x))$$
$$\supset \forall x.(p(x) \equiv P(x))\ ) \qquad \cdots\cdots \ (\mathrm{C1})$$

(注:C1はparallel circumscription [Lifschitz '85]を表すが、ここでは表現を修正して使う)。さて、より一般的に、極小限定する順序を指定できる優先順位付きcircumscription (Lifschitzはgeneral circumscriptionと呼んでいる)は、

$$\mathrm{Circum}[A(P,Z);P;Z] \equiv A(P,Z) \land (\mathrm{C1}) \qquad \cdots\cdots \ (\mathrm{C2})$$

を使って、

$$\mathrm{Circum}[A(P,Z);P1 > \cdots > Pn;Z]$$
$$\equiv \mathrm{Circum}[A(P,Z);P1;P2,\cdots,Pn,Z]$$
$$\land \mathrm{Circum}[A(P,Z);P2;P3,\cdots,Pn,Z]$$
$$\land \cdots$$
$$\land \mathrm{Circum}[A(P,Z);Pn;Z] \qquad \cdots\cdots \ (\mathrm{C3})$$

という性質を持つことが知られている。

Circumscriptionの実現上の問題点は、circumscription が二階の述語変数を含むことであった。しかし、扱う公理の集合が" separable "と呼ばれる式の形に変形可能な場合には、circumscription の一つの有効な解を機械的に求める方法が Lifshitz によって明らかにされた[Lifschitz '85]。しかし、実現に際しては、さらに次の様な問題を解決すべきである。

①どの述語を変数とすべきか?

極小限定される述語は、我々がある文を記述するときに、例外的だと思える述語を極小限定述語と決めてやればよいので、さほどの困難は無いように思える。しかし、述語変数と述語定数の区別はどうやってつければよいのであろうか? 実際にいくつかの例にあったてみると、人間が直観的にしそうな推論結果を得るためにはAb述語だけでなく、他のほとんどの述語を極小限定、或いは変数化しなければならないことに気づく。また、ある述語を特に定数として扱うことに本質的な重要性があるようには思えない。そこで、McCarthyも言うように[McCarthy '86]極小限定される以外の述語は全て変数として扱うことにする。但し、我々はすでに割り当てが決まっている(変化しない)一部の述語は定数と考えよう。即ち、

述語記号(P)は以下の3種類に分類される。極小限定述語(Q,Qi)、述語変数(Z,Zi)、述語定数(任意個の引数を持つ λx.true, λx.false, λx.(x＝c)。cは個体定数)である。

②極小限定される述語間の順序付けはどう決めればよいか?

例題2) 次の例を考える。

$$\{\forall x. \neg \mathrm{Ab1}(x) \supset \neg \mathrm{Fly}(x), \qquad \cdots\cdots \ (\mathrm{D1})$$
$$\forall x.\mathrm{Bird}(x) \land \neg \mathrm{Ab2}(x) \supset \mathrm{Fly}(x)\} \qquad \cdots\cdots \ (\mathrm{D2})$$

D1、D2より、

$$\forall x.\mathrm{Bird}(x) \supset \mathrm{Ab1}(x) \vee \mathrm{Ab2}(x) \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{D2'})$$

が得られるが、ここで鳥であることは(D2)でよりも(D1)においてより例外的であるとしたい。この理由から優先順位付きcircumscriptionが必要になった[McCarthy '86]。しかし、公理の集合が複雑化したときいかに述語間に順位をつければいいのだろうか?一般的にその判断基準はドメイン-ディペンデントである。この方法のもうひとつの問題点は、順序が完全に公理の外で与えられるため、宣言的な知識を理解しにくくさせることである。もともとAb1とAb2の差を示唆するものは何もない。そこで、"一般的には一は…の例外である"ことを明示できるように"極小限定子"'[]'を導入することで、その差を与えることにする。

[]は2つの働きがある。1つは、そのなかの述語(記号)がその公理の全集合を通じて極小限定されるべきであることを示す。もう1つは、おなじ文に属する[]の外の述語よりも、内の述語が先に最小限定されるべきであることを示す。[]は与えられた公理の集合のモデル(極小モデル)を規定するが、それ以外の論理的性質はまったく変わらない。それは単なるマーカーにしかすぎない。

[P]の意味は直観的には"Pであることが導かれなければ¬Pと思う"ということになる。つまり、Pの性質を持つものはできるだけ少なくみなしてよいことを表す。以下、正しい意味ではn-引数の述語Pに関しては[P](t1,…,tn)と書かねばならないが、表記上[P(t1,…,tn)]と表すことにする。

例題2) (続き) {D1,D2}は次のように表せる。

$$\{\forall x.\ \neg[\mathrm{Ab1}(x)] \supset \neg\mathrm{Fly}(x), \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{D1'})$$

$$\forall x.\neg[\mathrm{Ab2}(x)] \wedge \mathrm{Bird}(x) \supset \mathrm{Fly}(x)\} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{D2'})$$

但し、このままではAb1,Ab2間に順序関係は存在しない。そこで、より直接的に

$$\{\forall x.\ \neg[\mathrm{Bird}(x)] \supset \neg\mathrm{Fly}(x), \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{D1''})$$

$$\forall x.\neg[\,] \wedge \mathrm{Bird}(x) \supset \mathrm{Fly}(x)\} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{D2''})$$

と書けばよい(ここで、¬[]は、公理中に現れない任意の述語Pを用いて¬[P]と表せる。しかし、Pであることを示すものが公理中に存在しないので、結局のところ[P]はfalse、つまり¬[]はtrueを表す。また、(D2")において極小限定されたBird述語は[]の外にあるので、PはBirdよりも先に極小限定される。D1"、D2"は、現在分かっている例外であるものをAb述語に代入した物になっている。これは、表記上主張したいもう一つの力点である。つまり、"Ab述語を使用せず、Ab述語が何であるかを書くべきである"。それは、読みやすいばかりでなく、極小限定化のプロセスをそのぶん減らすことになる。さらに最も期待できるのは、これにより、Ab述語に押し付けられていた不明瞭な部分が明確にされ、同等でない極小モデルが複数存在する場合に生じたいくつかの問題を回避できる機会を増やすことである。例えばYale Shooting Problem では、Ab述語の解釈が2つでてくることが問題であった。この問題では例外である事象が分かっているのでAb述語を書く代わりにそれを明示するべきである。そうすれば、この場合は容易に回避できる。

③本当に Tweety は飛ぶか?

さらに本質的な問題が残されている。次にそれを示す。

例題3){D1',D2'}と同じ内容を公理{E1,E2}で表したとして、E3を加える。

$$\{\forall x.\ \neg[\mathrm{Ab1}(x)] \supset \neg\mathrm{Fly}(x), \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E1})$$

$$\forall x.\neg[\mathrm{Ab2}(x)] \wedge \mathrm{Bird}(x) \supset \mathrm{Ab1}(x), \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E2})$$

$$\mathrm{Bird}(\mathrm{Tweety})\} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E3})$$

ここでAb1,Ab2は極小限定述語。Fly,Birdは述語変数である。この極小限定化のプロセスはLifschitzの手法[Lifschitz '85]により、決定的に進む。先ず、変数Fly,Birdに関して次の様に解かれる(以下、∀x.A ⊃ B ⊃ C は∀x.(A ⊃ B) ∧ ∀x.(B ⊃ C) を表す)。

$$\mathrm{E1}\wedge\mathrm{E2}\wedge\mathrm{E3} \equiv$$

$$\forall x.\ \mathrm{false} \supset \mathrm{Fly}(x) \supset [\mathrm{Ab1}(x)] \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E4})$$

$$\forall x.(x=\mathrm{Tweety}) \supset \mathrm{Bird}(x) \supset \mathrm{Ab1}(x) \vee [\mathrm{Ab2}(x)], \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E5})$$

$$\forall x.\ \mathrm{false} \supset [\mathrm{Ab1}(x)] \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E6})$$

$$\forall x.(x=\mathrm{Tweety}) \supset \mathrm{Ab1}(x) \vee [\mathrm{Ab2}(x)], \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E7})$$

(E6)は恒真式。R0≡E4∧E5とおけば、

$$\mathrm{E1}\wedge\mathrm{E2}\wedge\mathrm{E3} \equiv \mathrm{R0}\wedge\mathrm{E7}\wedge\mathrm{E8} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E8})$$

ここで、(E7)は、Ab1よりAb2が優先的に極小化されるべきことを示しているので、Ab1が変数として先に解かれる。

$$\mathrm{E1}\wedge\mathrm{E2}\wedge\mathrm{E3} \equiv \mathrm{R0}$$

$$\wedge\forall x.(x=\mathrm{Tweety})\wedge\neg[\mathrm{Ab2}(x)] \supset \mathrm{Ab1}(x) \supset \mathrm{true}, \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E9})$$

$$\wedge\forall x.(x=\mathrm{Tweety})\wedge\neg[\mathrm{Ab2}(x)] \supset \mathrm{true}, \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E10})$$

(E10)は恒真式であり、R1≡R0∧E9とおけば、

$$\mathrm{E1}\wedge\mathrm{E2}\wedge\mathrm{E3} \equiv \mathrm{R1} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E11})$$

となる。最後に残ったAb2に関して、恒真式

$$\forall x.\ \mathrm{false} \supset \mathrm{Ab2}(x) \supset \mathrm{true} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E12})$$

をR1に加えR2とする。即ち、

$$\mathrm{E1}\wedge\mathrm{E2}\wedge\mathrm{E3} \equiv \mathrm{R2} \equiv ((\mathrm{E4}\wedge\mathrm{E5})\wedge\mathrm{E9})\wedge\mathrm{E12} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E13})$$

ここで、優先順位順に極小限定述語に極小値(含意記号の左側の述語論理式)を割り当てると、次の結果を得る。

$$\{\forall x.\ \mathrm{Ab2}(x) \equiv \mathrm{false}, \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E14})$$

$$\forall x.\ \mathrm{Ab1}(x) \equiv (x=\mathrm{Tweety}) \equiv \mathrm{Bird}(x) \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E15})$$

$$\forall x.\ \neg(x=\mathrm{Tweety}) \supset \neg\mathrm{Fly}(x)\} \qquad \cdots\cdots \quad (\mathrm{E16})$$

さて、この結果においてFly(Tweety)が得られるかというと明らかにそうは言えない。(E16)により、"Tweetyでないものは飛ばない"と言えるだけで、Tweetyが飛ばなくても一向に矛盾しないのである。この事実は我々の期待したものではない。

この原因は、同じ変数のBirdが(E5)により極小限定化の結果一点に収束したのに対し、(E4)において、Flyの値が今なお範囲をもって動けることに象徴されている。Flyの解釈を無理に決めることはできない。Tweetyが飛ぶか否かを調べるのに、Flyの意味を直接決められるのであればその問いの意味が無くなってしまう。ではどう書けば望む結果が得られるのだろうか? 変数の値が極小限定の結果決まるようなクラスを示すことは補完的推論にとって重要である。このクラスは実は、"公理集合Aが述語変数組Zに対し階層的である"ことが十分であることを示すことができる。

ここで"公理集合Aが述語変数組のZに関し階層的である"とは、次の形で書けることである。

$$A = (\bigwedge_{i} H(Zi)) \wedge Sep(Q,C)$$

ここで、Sep(Q,C)は、極小限定述語の組Qと述語定数Cのみからなる式でQに関してseparableである。H(Zi)は、

$$
\begin{array}{l}
H(Zi) = \{ \\
\quad \forall x. \neg[Q_0(x)] \supset Zi(x), \neg[Q_1(x)] \supset Zi(x), \cdots, \\
\qquad \forall x. \neg[Q_{00}(x)] \wedge Q_0(x) \supset \neg Zi(x), \\
\qquad \forall x. \neg[Q_{10}(x)] \wedge Q_0(x) \supset \neg Zi(x), \\
\quad \cdots, \\
\qquad\quad \forall x. \neg[Q_{000}(x)] \wedge Q_{00}(x) \wedge Q_0(x) \supset Zi(x), \\
\qquad\quad \forall x. \neg[Q_{100}(x)] \wedge Q_{00}(x) \wedge Q_0(x) \supset Zi(x), \\
\quad \cdots, \\
\qquad\qquad \forall x. \neg[] \wedge Q_{0\cdots0}(x) \wedge \cdots \wedge Q_0(x) \supset Zi(x), \\
\qquad\qquad \forall x. \neg[] \wedge Q_{1\cdots0}(x) \wedge \cdots \wedge Q_0(x) \supset Zi(x), \\
\quad \cdots \}
\end{array}
$$

$\cup \{\forall x. \neg(Q_{i\cdots}(x) \wedge Q_{j\cdots}(x)) \mid i \neq j$ かつ $i\cdots, j\cdots$ は同数個の数字列$\}$

で表せる。

3.おわりに

補完的推論実現のための考察が、問題の提示と、その解決のかたちでなされた。以上の考察結果は別の機会に、より形式的な形で使用される。それには、ここでは述べなかった補完的推論用の言語とも言うべき'文型'と補完的推論を実現する手続きが含まれる。

最後に、研究の機会と有益なコメントをいただいたICOTの関係者の皆様、特に常に議論の相手になっていただいた佐藤 健氏に感謝します。

REFERENCES

[Etherington '84]: Etherington,D.,Mercer,R. and Reiter,R.: On the adequacy of predicate circumscription for closed-world reasoning, Technical report 84-5, Dept. of Computer Science, Univ. of British Columbia (1984).

[Lifschitz '85]: Lifschitz,V.: Computing circumscription, in: *Proceedings of Ninth International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Los Angeles, CA (1985) 121-127.

[Lifschitz '86]: Lifschitz,V.: Pointwise Circumscription, *Proc. AAAI-86* (1986) 406-410.

[McCarthy '80]: McCarthy,J.: Circumscription - a form of non-monotonic reasoning, *Artificial Intelligence* 13 (1980) 27-39.

[McCarthy '86]: McCarthy,J.: Application of circumscription to formalizing common-sense knowledge, *Artificial Intelligence* 28 (1986) 89-116.

[McDermott '80]: McDermott,D. and Doyle,J.: Non-monotonic Logic I, *Artificial Intelligence* 13 (1980) 41-72.

[Moore '85]: Moore,R.C.: Semantical considerations on non-monotonic logic, *Artificial Intelligence* 25 (1985) 75-94.

[Reiter '80]: Reiter,R.: A logic for default reasoning, *Artificial Intelligence* 13 (1980) 81-132.