TM-0389

非単調推論とその応用

松 本 裕 治

September, 1987

ICOT

Mita Kokusai Bldg. 21F
4-28 Mita 1-Chome
Minato-ku Tokyo 108 Japan

(03) 456-3191～5
Telex ICOT J32964

Institute for New Generation Computer Technology

解説A

非単調推論とその応用

松本裕治

電子情報通信学会誌 Vol. 70 No. 8 pp. 804-807 1987 年 8 月

松本裕治：(財) 新世代コンピュータ技術開発機構
Nonmonotonic Reasoning and Its Application. By Yuji MATSUMOTO, Nonmember (Institute of New Generation Computer Technology, Tokyo).

1. はじめに

いわゆる論理的な推論というのは，演えき的な推論，言い換えれば，三段論法のことである．演えき的な推論は，論理学において公理や定理から新しい定理を導く過程として正確に定義され，正しい推論であると万人に認められているといえる．しかし，人間は明らかにそれ以外の演えき的でない推論を行っており，しかもそれが万人にとっておかしくない自然な推論になっている，そのような推論が存在するようである．

暗黙推論 (default reasoning) とよばれる推論のクラスがある．つまり，ある事実を結論するための十分な知識がないときに，別のある知識の欠落を理由にして，論理的に正しいかどうかわからないが，ともかくある結論を出してしまおうという考え方である．このような推論に論理的な理由付けを行ったのが非単調論理 (nonmonotonic logic) である．

演えき的な推論，つまり，論理的な推論は単調 (monotonic) である．すなわち，ある論理式の集合に新しい論理式が追加されても，元の集合から論理的に導くことができる論理式は新しい論理式の集合からも導くことができる．つまり，演えき的な推論の基では公理の追加に従って定理の集合は単調に増加するだけである．一方，新しい事実の追加によって，今までは正しいと結論されていた事柄を考え直さなければならないということはしばしば起こる．非単調論理に代表される非単調な推論は，このような性質に特徴付けられる推論である[10]．

本解説では，非単調な推論を定式化するための代表的な三つの手法とその応用について説明する．一つは，Reiter[5] や McDermott & Doyle[2],[4] による非単調論理．もう一つは，McCarthy による Circumscription[1],[3]．三つめは，演えき型データベース (deductive database) や Prolog などで否定的な事実を表現するための手法である．

2. 非単調推論へのアプローチとその応用

2.1 非単調論理

Reiter および McDermott & Doyle による非単調論理の形式化は，M という様相記号を一階述語論理へ導入することによって行われる．Mp という論理式の意味は，p の否定 ($\neg p$) を導くことができないということ，いい方を変えれば，いま対象にしている論理式の集合と p が矛盾しないということである．実際，Mp を「p は無矛盾である」と読むことがある．例えば，

$$(\forall x)\ (\mathrm{bird}\ (x) \wedge M\,\mathrm{fly}\ (x) \supset \mathrm{fly}\ (x))$$

は，鳥であり，かつ，飛べないとわかっていないものは，すべて飛べると結論してよいことを示している．

Reiter の手法と McDermott らの手法の違いは，McDermott らが M を論理式の演算子として言語内に定義したのに対し，Reiter がそれを演えき規則の記述内にのみ制限したことである．Reiter によると上の式は，

$$\frac{\mathrm{bird}\ (x) : M\,\mathrm{fly}\ (x)}{\mathrm{fly}\ (x)}$$

と記述されなければならない．この規則の意味は，bird が成り立つ個体に対してだけこの規則を適用することができて，その個体について飛べないことが証明できないならば，それが飛べると結論してもよいということである．このような定義の違いによって，得られる論理体系の性質も微妙に異なる．但し，いずれの場合も証明不能性を取り扱っているため理論的には計算不可能な問題を扱っていることになる．そのた

め，現実的な応用のためには完全な実現は諦めなければならない．

また，非単調論理に関する重要な論文として，Moore による意味論的立場からの考察がある[6]．McDermott は，彼らの非単調論理には直観的に望ましい結論を得られない場合があることを指摘し，その点を矯正するために非単調論理を様相論理の公理系によって拡張しようとした[7]．しかし，拡張された論理体系からは本質的に新しい結果を得ることができなかった．Moore は，彼らの非単調論理が考え落としている点を指摘し，McDermott の拡張の試みの失敗の理由について考察している．

非単調論理の応用として挙げられるのは，Doyle による Truth Maintenance System (TMS)[7]である．但し，これは非単調論理を直接応用しようと考えて生まれた訳ではない．どちらかというと TMS の実現を理論的に裏付ける努力が McDermott & Doyle による非単調論理を生んだという方が正確である．基本的な考え方は，ある事実を登録するときに，それが疑いのない前提であるとか，他の事実に依存して信じられているとかの条件を込みにして記録する訳である．条件としては，ある事実が信じられているからという肯定的な条件以外に，ある事実が信じられていないという否定的な条件を記述することも許されている．システムに矛盾が起こると，これらの事実間の関係に依存した後戻り (dependency-directed backtracking) が起こる．同様のシステムとして，フレーム型知識表現に非単調推論を適用した例として，新谷らの研究が挙げられる[8]．また，TMS のいくつかの欠点を補うために，de Kleer によって ATMS が提案されている[9]．

2.2 Circumscription

McCarthy によって提案された Circumscription は，一階述語論理の論理式による事実および規則の集合に（一般に）二階述語論理式によって記述された制限を与え，指定された述語（もしくは）論理式に最小の解釈を与えようとするものである．これは，問題を解くときに，記述された条件以外のことや言われていないことは仮定しないという，人が常識的に取る態度を形式化したものと考えられる．Circumscription は，いろいろな形で記述できるが，比較的わかりやすいものを選んでみよう．p と ϕ を引数の数が等しい述語とし，$A(p)$ は論理式の集合で，特に p は $A(p)$ に含まれる述語とする．$A(p)$ における p の Circumscription は次の二階の論理式によって定義される．

$$A(p) \wedge \neg \exists \phi (A(\phi) \wedge \phi < p)$$

ここに $\phi < p$ は，ϕ の外延 (extension) が p の外延より小さいという意味で，$\forall x(\phi(x) \supset p(x))$ と同値である．また，$A(\phi)$ は $A(p)$ に現われる述語 p をすべて ϕ によって置き換えて得られる論理式の集合を表している．この式は，p より小さい外延を持ち，p と同じ性質を持つ述語は存在しないということ，すなわち，p は $A(p)$ を満たす最小の述語であることを記述している．

初期の Circumscription は，最小化の対象を一つの述語に限っていたが，最小化に際して他の特定の述語（の集合）をパラメータとして変化することを許したり (Variable Circumscription)，最小化の対象を論理式まで許したり (Formula Circumscription)，複数の述語を同時に最小化の対象にしたり (Parallel Circumscription)，またそのときに，複数の述語の間に最小化するに当っての優先度を設けたり (Prioritized Circumscription)，などの拡張が最近行われている．

これらはすべて，二階述語論理式によって定義されているが，一階述語論理の範囲で同様の考え方を記述したものに Pointwise Circumscription[11]がある．最も基本的な Pointwise Circumscription は，次の式で定式化される．

$$A(p) \wedge \forall x \neg [p(x) \wedge A(\lambda y(p(y) \wedge x \neq y))]$$

この式の意味は，「述語 p を真にするどの要素についても，その要素での値を偽にした述語（λy 以降の式に対応する）は元の公理の集合を満たさない」ということで，やはり，述語 p に最小の解釈を与えたいという気持ちが表現されている訳である．Pointwise Circumscription は，一般の Circumscription よりも弱い結果しか与えないが，公理 A の中で p が正の形でしか現れないならば，両者は同値であることが知られている．基本的な Pointwise Circumscription は一階述語論理内で定式化されているという利点があるものの，上で述べたさまざまな拡張を行おうとすると，残念ながら二階述語論理でしか記述できない．

しかし，Circumscription に関しては面白い研究がある．Lifschitz[12] は，separable とよばれる一階述語論理式を定義し，そのような性質を持つ式の集合の Circumscription がどのような一階述語式で表されるかを示している．つまり，separable という範囲に入る式の集合については，Circumscription を計算する必要がないのである．このような研究は，非単調推論

の実現に寄与するところが大きく，今後の発展が期待される．

2.3 否定の表現

演えきデータベースや論理型言語などでは否定的知識を陽に表さずに済ませる方法の研究が盛んである．

例えば，Reiter が提案した CWA (Closed World Assumption)[13] は，データベースから演えき的に導くことができないものはすべてその否定が成り立つと見なしてしまおうという仮定である．但し，Horn 節以外の節を含む論理式の集合では CWA の無矛盾性が保証されない†．CWA は，その後 Minker によって拡張された (GCWA, Generarized CWA)[14]．彼の定義を一言でいうと，与えられたデータベースのどの最小モデルにも含まれない論理式は，その否定形がデータベースから導かれると見なそうということである．このようにして得られた否定的な知識は，非 Horn 節集合を対象としていても矛盾を起こさない．

論理型言語は，Horn 節に基づくプログラム言語であり，プログラムを構成する確定節 (definite clause, 正リテラルを一つしか含まない節，つまり，正リテラルのみによる条件式で結論部にただ一つの原子式しか含まないもの）では否定的な事実を記述することができない．そのために，計算の失敗を否定と同一視する方法が Clark により提案されており[15]，失敗としての否定 (Negation As Failure, NAF) とよばれている．これは，ある基礎原子式 (ground atom, 変数を含まない述語式) を証明しようとする手続が有限時間で失敗したとき，その式の否定が証明されたと考えるものである．一つの確定節は，結論部の述語式が成り立つための一つの十分条件を与えているが，ある述語に対するこのような条件式をすべて集めて，それで必要十分であると仮定するとしよう．これをその述語の完備化 (completion) という．NAF の持つ面白い性質は，確定節によるデータベースでは，SLD 戦略 (Selective Linear Resolution for Definite clauses) のような確定節集合に対して完全な証明戦略のもとでは，有限時間内に失敗する基礎原子式の集合が，完備化されたデータベースから導くことができる否定式の集合に正確に一致するということである[16]．つまり，確定節の集合が与えられたとき，それを完備化されたものとして理解するならば，否定的な事実はすべて計算の失敗によって表現できるのである．

条件式の本体部に否定を含むような一般の節の集合に対しては，このようなきれいな結果は保証されないが，本体部の否定を NAF によって手続的に理解するならば，完備化されたデータベースのすべての否定的な事実を NAF によって得ることはできないものの，少なくとも有限時間内に証明に失敗した式の否定は完備化されたデータベースの論理的帰結になっていることはわかっている．

NAF の重要な応用として紹介しておきたいものに Lloyd らによる演えきデータベースの取り扱いがある[17]．彼らは Prolog の節の右辺に一階述語の任意の論理式を許し，それを右辺に否定を許した Prolog の節に変換する方法を示している．そして，正しい NAF を実現した Prolog 処理系ではこの変換が等価性を保つことを示している．

† 例えば，$\{A \vee B\}$ からは，A も B も導くことができないが，だからといって $\neg A$ と $\neg B$ の両方を仮定してしまったのでは，$\{A \vee B, \neg A, \neg B\}$ は矛盾してしまう．このように，正のリテラルを二つ以上含む節（非 Horn 節）の存在により CWA の無矛盾性が損なわれることがある．

3. あとがき

駆け足で三つのテーマを説明した．特に，Circumscription と上で述べた否定の取り扱いは，いわれていないことは成り立たないと見なすという共通の立場を持っており，いろいろな面白い関係がある．

確定節のみからなるデータベース（または Prolog のプログラム）では，最小のモデルが唯一に決まるので，CWA と Circumscription は一致する．完備化はこれらより弱い条件を与える．一般の節集合に対しては，Circumscription は GCWA よりも強い条件を与える．また，右辺部に否定を含んでもよいが，それぞれの述語の定義において，否定が付いた述語の依存関係が階層化されていなければならないという条件をもった階層化データベース (Stratified Database)[15],[17] というクラスがある．一般的な論理式集合としては，このクラスのデータベースにも最小モデルが一意に存在するとは限らない．しかし，述語の階層関係を最小化のための優先順位とみなすと，最小のモデルを定義することができ，実はそれが，同じ優先順位を用いてデータベースに Prioritized Circumscription を施した結果に一致することがわかっている[18]．

演えきデータベース以外には，非単調論理の大きな応用例はまだ見当らないが，NAF の応用として一つ紹介しておきたいのが，Kowalski らによる Event Calculs である[19]．これは，事象に伴う時間の記述をねらったもので，Prolog を利用し，NAF を仮定することで，事実の追加のみによって，非単調な推論を

実現している．

文　献

（1） J. McCarthy : "Circumscription—A form of non-monotonic reasoning", Artif. Intell., **13**, 1/2, pp. 27-39 (April 1980).

（2） D. McDermott and J. Doyle : "Non-monotonic logic I", ibid., pp. 41-72.

（3） R. Reiter : "A logic for default reasoning", ibid., pp. 81-132.

（4） D. McDermott : "Nonmonotonic logic II : nonmonotonic modal theories", J. ACM, **29**, 1, pp. 33-57 (Jan. 1982).

（5） J. McCarthy : "Application of circumscription to formalize common-sense knowledge", Artif. Intell., **28**, 1, pp. 89-116 (Jan. 1986).

（6） R. Moore : "Sematic considerations on nonmonotonic logic", Artif. Intell., **25**, pp. 75-94 (1985).

（7） J. Doyle : "Truth Maintenance Systems for Problem Solving", MIT-AI-TR-419 (Jan. 1978).

（8） 新谷，溝口："知識ベースにおけるデフォルト推論システムへの接近"，情処学論，**24**，5，pp. 605-613.

（9） J. de Kleer : "An Assumption-based TMS", Artif. Intell., **28**, 2, pp. 127-162 (1986).

（10） 松本裕治："Default Reasoning と非単調論理"，信学誌，**64**，3，pp. 313-316 (昭 56-03).

（11） V. Lifschitz : "Pointwise Circumscription : Preliminary Report", AAAI-86, pp. 406-410 (1986).

（12） V. Lifschitz: "Computing Circumscription", IJCAI-85, pp. 121-127 (1985).

（13） R. Reiter : "On Closed World Data Bases", in 'Logic and Data Bases' Plenum Press, pp. 55-76 (1978).

（14） J. Minker : "On Indefinite Databases and the Closed World Assumption", 6th Conference on Automated Deduction, pp. 292-308 (June 1982).

（15） K. Clark : "Negation as Failure", in 'Logic and Data Bases' Plenum Press, pp. 293-322 (1978).

（16） J.W. Lloyd: "Foundationsof Logic Programming", Springer-Verlag (1984).

（17） J.W. Lloyd and R.W. Topor : "A basis for deductive database systems", J. Logic Program., **2**, 2, pp. 93-109 (1985).

（18） V. Lifschitz : "On the declarative semantics of logic programs with negation", Workshop on Foundation of Deductive Databases and Logic Programming, pp. 420-432 (1986).

（19） R. Kowalski and M. Sergot : "A logic-based calculus of events", New Generation Comput., **4**, pp. 67-95 (1986).

松本裕治

昭 52 京大・工・情報卒．昭 54 同大学院修士課程了．同年電子技術総合研究所入所．自然言語処理，論理プログラミングの研究に従事．昭 59-09 から 1 年間英国 Imperial College 客員研究員．昭 60-09 より（財）新世代コンピュータ技術開発機構に出向，現在に至る．